

アンテナ

1 アンテナ概説

アンテナは電波を効率よく送信したり，受信したりする装置である．伝送線路（同軸，平行2線，導波管，ストリップライン，ファイバーなど）は放射を最小限にとどめるように設計されているが，アンテナはエネルギーを最も効率よく送信したり，受信したりするように設計されている．図1に示す伝送線路は発振器につながれている．線路が均一な区間はエネルギーの損失は微少でほとんどは線路に沿って伝わってゆく．一般的に伝送線路の間隔は波長よりも十分小さい．右側にゆくにつれて線路間隔は増え，最後に開放となっている．その間隔が波長程度になると波は放射するようになる．伝送線路に伝わる波と空間に放射される波の変換領域がアンテナと呼ばれている．

つまり，アンテナは伝送線路と空間への波の変換デバイスである．受信では自由空間波から伝送線路の波に変換する．したがって，アンテナは回路と空間のインターフェイスと捉えることができる．

伝送線路（回路）と空間（媒質）とのインターフェイス回路

アンテナは変換デバイス

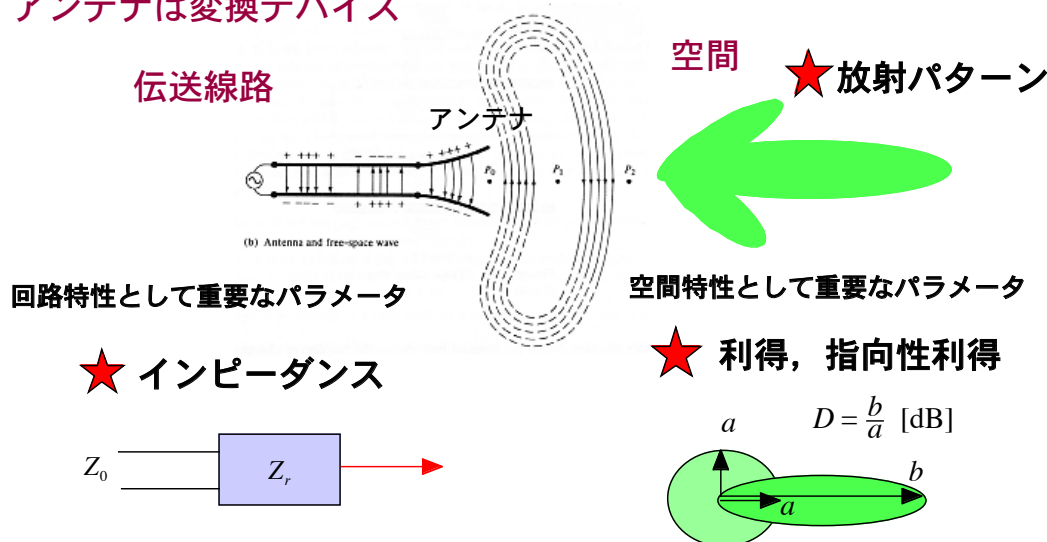


図1 アンテナ概説

アンテナには線状アンテナ，開口面アンテナ，アレイアンテナなど様々な種類がある．どのアンテナにも共通する重要な要素は，入力インピーダンス，放射パターン，利得である．

伝送線路から見ればアンテナは2端子回路であり，インピーダンス特性が重要である．その入力インピーダンスが整合していないとアンテナに入力される電力が反射してしまい，効率よく空間に電力を放射することができない．そのため，まず入力インピーダンスが整合していなければならない．

空間から見れば、アンテナは放射パターンをもつ素子として特徴づけられる。どのようなパターンを空間に放射させるかということは、利用する目的によって決まる。テレビ・ラジオをはじめとする放送では、できるだけ地上全体をカバーする必要がある。また、衛星放送では他の国に迷惑がかからぬよう自国の形状をしたパターンを形成することが必要である。宇宙利用では衛星だけにビームが届けばよい。したがって極めて細いビームが大切になる。どのようなビームを送り出し、どのような照射領域をカバーするかが重要な要素となる。

感度のよいアンテナが望まれるが、この言葉はアンテナの利得に関連している。感度がよいということは、利得が高いということであり、利得の高いアンテナは一般に指向性が鋭い。指向性利得の高いアンテナほどビームは絞られる。

ここでは、アンテナの放射原理や放射パターンなどについて考察する。線状アンテナ、開口面アンテナ、アレイアンテナなどの具体例を示しつつ基本的なアンテナのパラメータを述べる。

2. 線状アンテナ

2.1 電流素子による電磁界について

非斉次方程式の解き方で述べたように、電流密度が与えられれば、ベクトルポテンシャルが求まり、それから電磁界が計算される。

$$J \Rightarrow A \Rightarrow E, H$$

ここでは、電流から放射される電磁界を理解するために、まず微小電流による電磁界について考察しよう。微小電流という意味は、振幅が微小ではなくて、電流の流れる長さが微小という意味である。図2.1のように長さLの導線に何らかの方法で電流Iを流したとする。この電流を微小区間 l でN分割したとき、ある区間を流れる電流とこの微小の長さとの積を電流素子あるいは電流モーメントと言う。 l は極めて微小なのでこの間では電流は一定であると仮定する。このような電流分布は単独には励振できないが、電流分布の一部として取り出したと考えればよい。この微小電流分布による界が分かれば、全体の電流分布による界はそれらの積分によって表される。

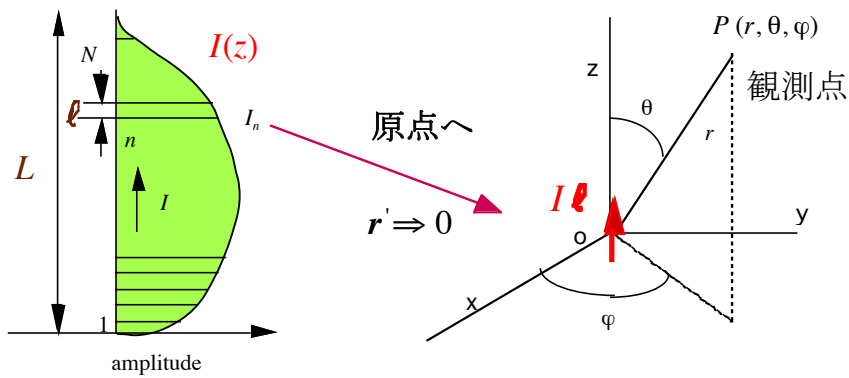


図2.1 電流分布と電流素子および原点に置かれた微小電流素子

さて，直角座標系および球座標系をとり，原点に電流素子が z 軸に平行に置かれているとする．ベクトルポテンシャルは

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}) = \iiint_V \frac{\mu \mathbf{J}(\mathbf{r}')}{4\pi r} e^{-jk|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} dv' \quad (2.1.1)$$

で与えられるが，電流素子の方向は z 方向であるから，ベクトルポテンシャルの成分は z 成分のみで，体積積分で表される積分項は $\mathbf{J}(\mathbf{r}') dv' = I \ell$ とすることができる．また，原点に電流素子があることから，位相項の値は $\mathbf{r}' = \mathbf{0}$ より $k|\mathbf{r}-\mathbf{r}'| = kr$ となるので

$$\mathbf{A} \Rightarrow A_z = \frac{\mu I \ell}{4\pi r} e^{-jkr}$$

である．これをもとに電界磁界の球座標成分を求めてみよう．電流源だけの場合なので，電磁界は次の式から計算できる．

$$\mathbf{E} = -j\omega \left(\mathbf{A} + \frac{1}{k^2} \nabla \nabla \cdot \mathbf{A} \right), \quad \mathbf{H} = \frac{1}{\mu} \nabla \times \mathbf{A} \quad (2.1.2)$$

したがって，球座標で $\nabla \times \mathbf{A}$ や $\nabla \nabla \cdot \mathbf{A}$ の計算をすればよいことになる．

$$A_r = A_z \cos \theta, \quad A_\theta = -A_z \sin \theta, \quad A_\phi = 0 \quad (2.1.3)$$

のように座標変換を施し計算を行うと

$$E_r = \frac{\eta I \ell}{2\pi r^2} e^{-jkr} \left(1 + \frac{1}{jkr} \right) \cos \theta \quad (2.1.4)$$

$$E_\theta = j \frac{\eta I \ell}{2\lambda r} e^{-jkr} \left(1 + \frac{1}{jkr} - \frac{1}{k^2 r^2} \right) \sin \theta \quad (2.1.5)$$

$$E_\phi = 0, \quad H_r = 0, \quad H_\theta = 0$$

$$H_{\varphi} = j \frac{I\ell}{2\lambda r} e^{-jkr} \left(1 + \frac{1}{jkr} \right) \sin \theta \quad (2.1.6)$$

が導かれる。ただし、 $\eta = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}$ で、自由空間では $\eta = 120\pi = 377$ [Ω] である。この電磁界の成分は、一見してかなり複雑のように思えるが、距離に関する項別に考えるとその意味が理解しやすい。

距離が波長に比べて非常に大きいときには r の2乗、3乗項は十分小さくなるので無視すると

$$E_{\theta} = j \frac{\eta I\ell}{2\lambda r} e^{-jkr} \sin \theta \quad (2.1.7)$$

$$H_{\varphi} = j \frac{I\ell}{2\lambda r} e^{-jkr} \sin \theta = \frac{E_{\theta}}{\eta} \quad (2.1.8)$$

のみとなる。これから分かるように、遠方では電界磁界成分はそれぞれ θ, φ 成分のみで、しかも同位相であり、

$$E_{\theta} = \eta H_{\varphi} \quad (2.1.9)$$

の関係にあつて、互いに直交しており、平面波的な性質を持っている。この電磁界によって作られる複素ポインティングベクトル \mathbf{S} は

$$\mathbf{S} = \frac{1}{2} \text{Re}(\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*) = \mathbf{a}_{\theta} \times \mathbf{a}_{\varphi} \frac{1}{2} E_{\theta} H_{\varphi}^* = \mathbf{a}_r \frac{1}{2\eta} |E_{\theta}|^2 = \mathbf{a}_r \frac{\eta (I\ell)^2}{8\lambda^2 r^2} \sin^2 \theta \quad (2.1.10)$$

となつて、 r 方向に伝搬していくことが分かる。このように放射電力に寄与する電磁界を放射電磁界といい、 r に反比例した成分がこれに相当する。 ℓ の長さを変えていったときの成分の大きさを図2.2に示す。大きさを対数表示してある。長くなるほど放射する成分が大きくなること、また、そのパターンはほぼ同じ形をしていることが分かる。

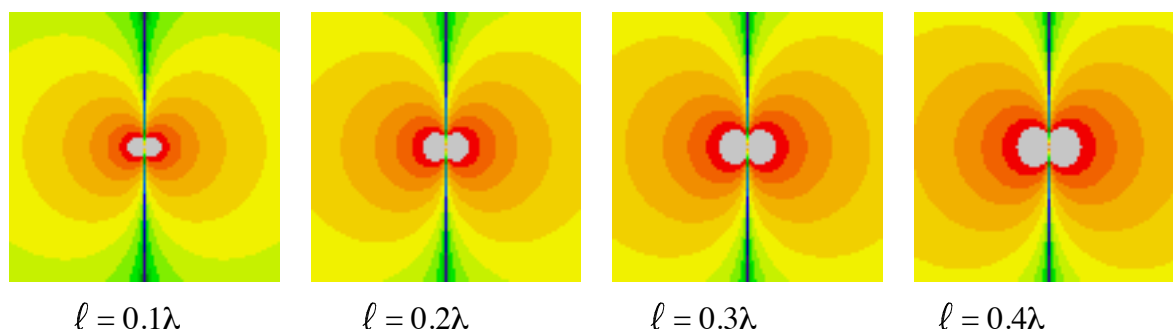


図2.2 微小な長さの電流素子による放射

ここで、距離の大小関係についてのコメントをしておく。電磁界問題にでてくる距離 r は、その絶対値の大小を考えるのではなくて、波長に対しての大小を意味している。その基準となるものは $kr=1$ としたときの値、すなわち $r = \lambda/2\pi$ を境として考えればよい。こ

の近傍では電磁界の各成分の大きき第1項, 第2項, 第3項は共に等しく, それ以上の遠い所では, 第1項のみが残ることになる.

第2項, 第3項について少し見てみよう. r^2 に反比例する項は誘導電磁界で, 電界については

$$E_r = \frac{\eta I \ell}{2\pi r^2} e^{-jkr} \cos \theta, \quad E_\theta = \frac{\eta I \ell}{4\pi r^2} e^{-jkr} \sin \theta \quad (2.1.11)$$

準定常状態のときも存在する電界である. $\omega \rightarrow 0$ の静電界では, $I = j\omega Q, \eta = k/\omega\epsilon$ を利用して

$$E_r = \frac{jkQ\ell}{2\pi\epsilon r^2} e^{-jkr} \cos \theta, \quad E_\theta = \frac{jkQ\ell}{4\pi\epsilon r^2} e^{-jkr} \sin \theta \quad (2.1.12)$$

$\omega \rightarrow 0$ は $k \rightarrow 0$ と等しいので, これらの項は消える.

$$\text{磁界については} \quad H_\varphi = \frac{I\ell}{4\pi r^2} e^{-jkr} \sin \theta \quad (2.1.13)$$

$k \rightarrow 0$ の場合, この式はビオサバルの法則に従う誘導磁界である.

r^3 に反比例する項は電界のみであるが, その成分は

$$E_r = \frac{\eta I \ell}{2\pi r^2} e^{-jkr} \frac{1}{jkr} \cos \theta = \frac{I\ell}{j2\pi\omega\epsilon r^3} e^{-jkr} \cos \theta$$

$$E_\theta = \frac{\eta I \ell}{j2\lambda r} e^{-jkr} \frac{1}{k^2 r^2} \sin \theta = \frac{I\ell}{j4\pi\omega\epsilon r^3} e^{-jkr} \sin \theta \quad (2.1.14)$$

電流素子に対して電荷からなるダイポールモーメントを考えれば,

$$I\ell = \frac{d}{dt}(Q\ell) = j\omega(Q\ell) \quad (2.1.15)$$

$$\text{とおけるので,} \quad E_r = \frac{Q\ell}{2\pi\epsilon r^3} e^{-jkr} \cos \theta, \quad E_\theta = \frac{Q\ell}{4\pi\epsilon r^3} e^{-jkr} \sin \theta \quad (2.1.16)$$

$k \rightarrow 0$ を考慮すれば, 静電界でクーロンの法則から得られる電気双極子の式と一致する.

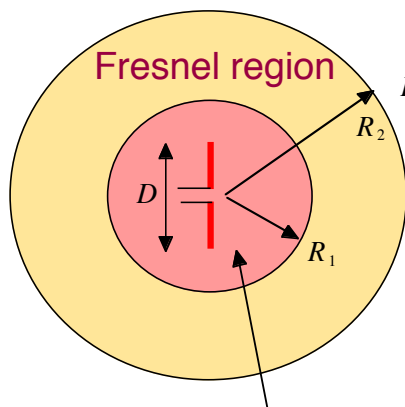
このように電流素子によって励振される電磁界は, 放射電磁界, 誘導電磁界, 静電界に対応した3つの成分から成り立っていると考えることができる. このうち伝搬電力に寄与するのは放射電磁界のみで, 他の成分は蓄積エネルギーに寄与しているにすぎない. 領域の区分について, 図2.3に示すようになる.

Far-field (Fraunhofer) region = 遠方放射界

$$r > R_2$$

$kr \gg 1$ では $\frac{1}{r}$ 項のみが残る

この例題では $E_\theta = \eta H_\phi$ 成分のみ



$$R_2 = \frac{2D^2}{\lambda} \quad \left(\text{phase error} = \frac{\pi}{8} \right) \quad \text{フレネル領域}$$

$$R_2 > r > R_1$$

Dはアンテナの最大の長さ

球面波として扱う必要あり

$$R_1 = 0.62 \sqrt{\frac{D^3}{\lambda}} \quad \left(\text{or} = \frac{\lambda}{2\pi} \right)$$

全ての成分を考慮する必要あり

Near-field region = 近傍界 $R_1 > r$

図2.3 領域の区分

放射電力を調べるにはポインティングベクトルを利用する。時間平均した電力の流れは複素ポインティングベクトルで表すことができる。(2.1.10)に示したように

$$\mathbf{S} = \frac{1}{2} \text{Re} \left(\mathbf{E} \times \mathbf{H}^* \right)$$

によって与えられるので、このアンテナから放射される全電力は次式となる。

$$W = \iint_{\dots S} S(\theta, \varphi) dS = \frac{\eta (I \ell)^2}{8 \lambda^2} 2\pi \int_0^\pi \sin^3 \theta d\theta = 40\pi^2 I^2 \left(\frac{\ell}{\lambda} \right)^2 \quad (2.1.17)$$

この全放射電力は電源から給電線を通してアンテナから放射される電力で、給電点から見ればアンテナは1つの抵抗体と見える。この等価抵抗をとすれば、給電点を流れる電流と次の関係式が成り立つ。すなわち等価抵抗に消費される電力Wが全放射電力と等しくなければならない。

$$W = \frac{1}{2} I^2 R_a = 40\pi^2 I^2 \left(\frac{\ell}{\lambda} \right)^2 \quad (2.1.18)$$

したがって,

$$R_a = 80\pi^2 \left(\frac{\ell}{\lambda} \right)^2 \quad (2.1.19)$$

となる。これから例えば $\frac{\ell}{\lambda} = \frac{1}{10}$ の微小電流アンテナの抵抗分は8[Ω]程度と、かなり小さいことがわかる。そして波長(周波数)によって大きく変わる。

放射パターンを調べるにはどのアンテナにも対応できるように、最大値が1となる正規化された電力パターン $P_n(\theta, \varphi)$ を使う。

$$P_n(\theta, \varphi) = \frac{S(\theta, \varphi)}{S(\theta, \varphi)_{\max}} \quad (2.1.20)$$

(2.1.10)より $P_n(\theta, \varphi) = \sin^2 \theta$

ビーム立体角は
$$\Omega_A = \iint_{4\pi} P_n(\theta, \phi) d\Omega \tag{2.1.21}$$

より
$$\Omega_A = \iint_0^\pi \sin^2 \theta \sin \theta d\theta d\varphi = 2\pi \int_0^\pi \sin^3 \theta d\theta = \frac{8}{3} \pi$$

そのため、指向性利得は
$$D = \frac{4\pi}{\Omega_A} = \frac{4\pi}{\frac{8}{3}\pi} = 1.5 \tag{2.1.22}$$

すなわち、微小電流素子によるアンテナの指向性利得は $1.5 = 1.76$ [dB] となる。

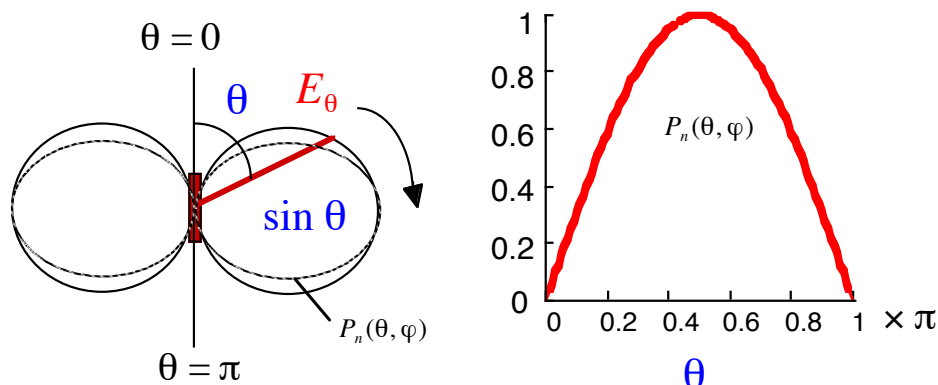


図2.4 放射パターン

2.2 電流分布が与えられた場合の放射電磁界

アンテナ系の電流が与えられれば、それらを微小な素子に分割し、これによる電磁界を全体にわたって合成すれば、アンテナからの電磁界が求められる。求めるべき電磁界は、放射界のみでよい。

いま、図2.5のように長さLのアンテナがz軸上にあり、その電流分布がであるとする。点zに中心をもつ電流素子による放射電磁界を求めるには、前節の式を利用すればよい。しかし、電流素子の座標中心が移動しているため、この点を考慮しなくてはならない。波源から十分遠方の観測点では

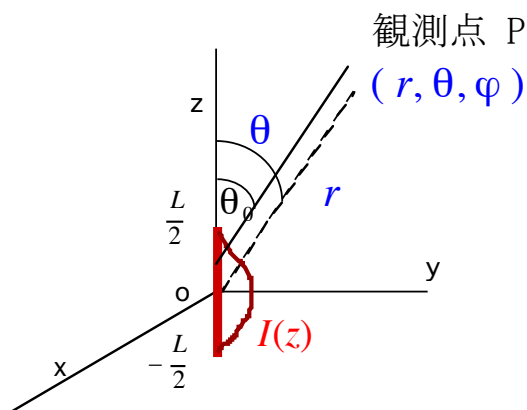


図2.5 長さLの電流による放射電界

$$\Delta E_{\theta} = j \frac{\eta I(z) \Delta z}{2 \lambda |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} e^{-jk|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \sin \theta_0 \quad (2.2.1)$$

で表される。ここで、 $|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|$ は点 z と観測点の距離で、 θ_0 は z 軸と観測点のなす角度である。全電流による放射電界は積分となる。

$$E_{\theta} = \lim_{\Delta z \rightarrow 0} \sum \Delta E_{\theta} = j \frac{\eta}{2 \lambda} \int_{-L/2}^{L/2} \frac{I(z) dz}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} e^{-jk|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \sin \theta_0 \quad (2.2.2)$$

この式を計算しやすくするために近似を使う。観測点の位置は非常に遠く、 $r \gg \lambda, L$ (波長 λ , アンテナの長さ L) であるので

$$\sin \theta_0 \doteq \sin \theta, \quad |\mathbf{r} - \mathbf{r}'| \doteq r - z \cos \theta \quad (2.2.3)$$

そのため積分項の中での分母と $\sin \theta_0$ は

$$\frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \doteq \frac{1}{r}, \quad \sin \theta_0 \doteq \sin \theta \quad (2.2.4)$$

と近似できる。位相項については変化が大きいので

$$k |\mathbf{r} - \mathbf{r}'| \doteq kr - kz \cos \theta \quad (2.2.5)$$

とおく。このように振幅に関しては中心からの距離 r で代表し、位相に関しては $|\mathbf{r} - \mathbf{r}'| \doteq r - z \cos \theta$ で表すことが放射電磁界を求めるときの常套手段である。その結果

$$E_{\theta} = j \frac{\eta \sin \theta}{2 \lambda r} e^{-jkr} \int_{-L/2}^{L/2} I(z) e^{jkz \cos \theta} dz \quad (2.2.6)$$

となる。

2.3 半波長アンテナ

一例として最も代表的な半波長アンテナの放射電磁界を求めてみよう。 z 軸に中心をもつダイポールアンテナで、その電流分布の近似的な形として最大値を I_0 の余弦分布とする。

$$I(z) = I_0 \cos kz \quad (2.3.1)$$

$$E_{\theta} = \eta H_{\varphi} = j \frac{\eta \sin \theta}{2 \lambda r} e^{-jkr} \int_{-\lambda/4}^{\lambda/4} I_0 \cos kz e^{jkz \cos \theta} dz = j \frac{\eta I_0}{2 \pi r} \frac{\cos \left(\frac{\pi}{2} \cos \theta \right)}{\sin \theta} e^{-jkr} \quad (2.3.2)$$

$$S(\theta, \varphi) = \frac{|E_{\theta}|^2}{2 \eta} = \frac{\eta I_0^2}{8 \pi r^2} \frac{\cos^2 \left(\frac{\pi}{2} \cos \theta \right)}{\sin^2 \theta}, \quad P_n(\theta, \varphi) = \frac{\cos^2 \left(\frac{\pi}{2} \cos \theta \right)}{\sin^2 \theta} \quad (2.3.3)$$

$$\Omega_A = \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \frac{\cos^2\left(\frac{\pi}{2} \cos \theta\right)}{\sin^2 \theta} \sin \theta \, d\theta \, d\varphi = 2\pi \times 1.2188 \quad (2.3.4)$$

$$D = \frac{4\pi}{2\pi \times 1.2188} = 1.64 = 2.15 \text{ dB} \quad (2.3.5)$$

このアンテナから放射される全電力は

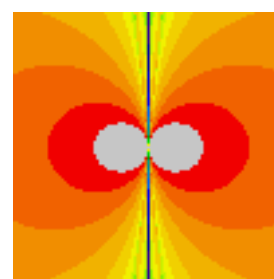
$$W = \iint_S S(\theta, \varphi) \, dS = 30 I_0^2 \int_0^\pi \frac{\cos^2\left(\frac{\pi}{2} \cos \theta\right)}{\sin \theta} \, d\theta = 36.56 I_0^2 \quad (2.3.6)$$

この全放射電力から、アンテナの放射抵抗を R_a とすれば、給電点を流れる電流との間に次の関係式が成り立つ。

$$W = \frac{1}{2} I_0^2 R_a = 36.56 I_0^2 \quad (2.3.7)$$

$$\text{したがって, } R_a = 73.13 \text{ [} \Omega \text{]} \quad (2.3.8)$$

となる。この値はアンテナと給電線との整合をとりやすい値である。



ダイポール
アンテナからの放射

2.4 任意長の線状アンテナ

長さ L の線状アンテナを考えた場合、電流は端部で必ず0となるので、端で0となる電流分布を仮定してみる。

$$\begin{aligned} I(z) &= I_0 \sin \left[k \left(\frac{L}{2} - z \right) \right] \quad \text{for } 0 \leq z \leq \frac{L}{2} \\ I(z) &= I_0 \sin \left[k \left(\frac{L}{2} + z \right) \right] \quad \text{for } 0 \geq z \geq -\frac{L}{2} \end{aligned} \quad (2.4.1)$$

この電流分布による放射電界はつぎのように求めることができる。

$$\begin{aligned} dE_\theta &= \frac{j k \eta I_0}{4\pi} \frac{e^{-jkr}}{r} \sin \theta e^{-j k z \cos \theta} dz \quad \begin{cases} \sin \left[k \left(\frac{L}{2} - z \right) \right] & \text{for } 0 \leq z \leq \frac{L}{2} \\ \sin \left[k \left(\frac{L}{2} + z \right) \right] & \text{for } 0 \geq z \geq -\frac{L}{2} \end{cases} \\ E_\theta &= \int_0^{\frac{L}{2}} dE_\theta + \int_{-\frac{L}{2}}^0 dE_\theta = j 60 I_0 \frac{e^{-jkr}}{r} \frac{\cos \left(\frac{kL}{2} \cos \theta \right) - \cos \left(\frac{kL}{2} \right)}{\sin \theta} \end{aligned} \quad (2.4.2)$$

その結果、ポインティング電力は次の表現になる。

$$S(\theta) = \frac{15 I_0^2}{\pi r^2} \left[\frac{\cos \left(\frac{kL}{2} \cos \theta \right) - \cos \left(\frac{kL}{2} \right)}{\sin \theta} \right]^2 \quad (2.4.3)$$

長さを変えたときの放射パターンを図2.7に示す。この図を見比べると、長さでビームの数の関係が推測できるであろう。半波長の奇数倍の数とビーム数が等しくなる。単に長いアンテナを使えばよいわけではない。短いアンテナほど利用しやすいため、 $L = \frac{\lambda}{2}$ が最もよく使われる。 $L = \frac{\lambda}{2}$ 以下の長さでは、図2.2のようにほぼ同じパターンとなる。

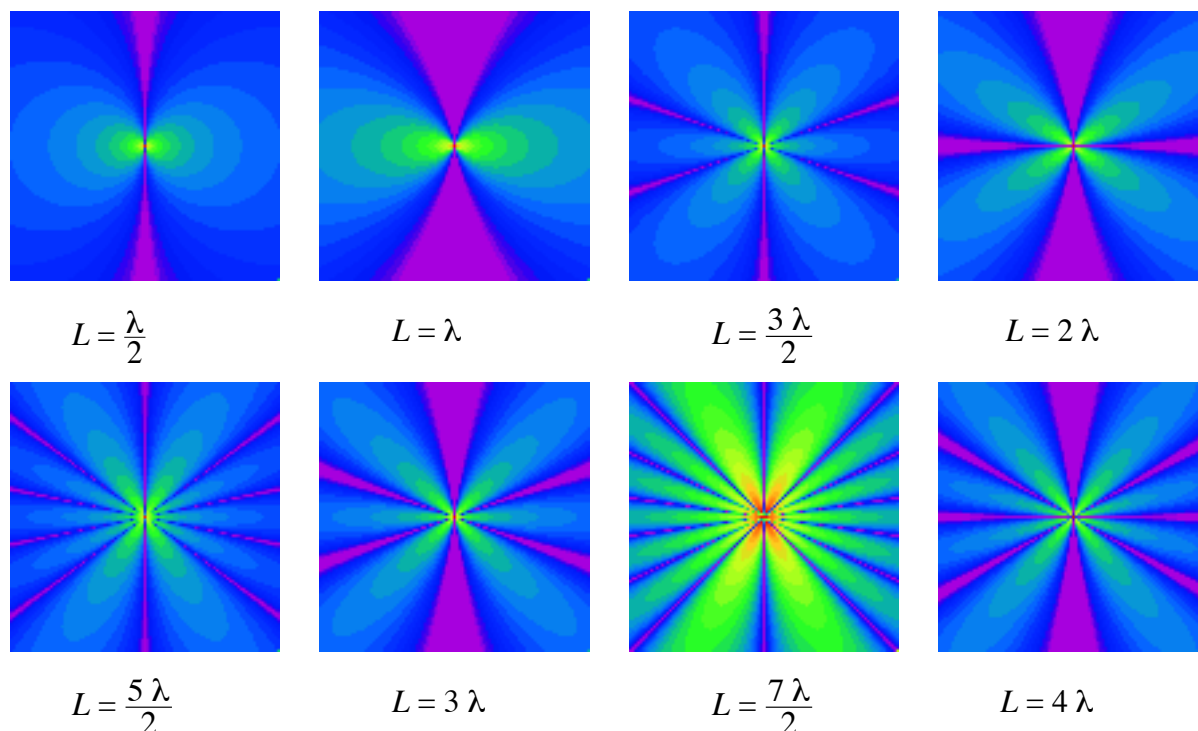


図2.7 アンテナ長と放射パターン

3. 開口面アンテナ

周波数が高くなると波長が短くなる。例えば10GHzでは3cmで、それ以上の周波数ではさらに短い波長となる。周波数が高くなるにつれ、アンテナの給電系や支持物が相対的に大きくなり複雑になってくるために、線状アンテナは実用的でなくなってくる。一方、波長が短くなってくると幾何光学的な性質が強まり、光学の手法が使えるようになる。そこで、パラボラアンテナやホーンアンテナなどの開口面アンテナが使用されるようになる。開口面アンテナはおおむね数GHz以上で使われている。

構造上、開口面アンテナは線状アンテナと異なっているので、その放射機構も異なっているように思えるが、波源として電流、磁流を考えれば本質的な差はない。図3.1に開口面アンテナ波源の概念図を示す。もし、何らかの方法で開口面上の電流、磁流分布が求まればアンテナの特性が求まることになる。

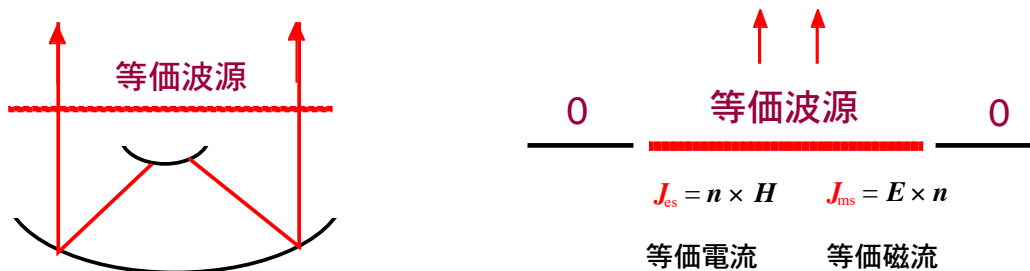


図3.1 開口面アンテナの波源の考え方

3.1 誘導定理と電流・磁流分布

異なった媒質の境界面上の電磁界とその面上に仮定する電流と磁流との関係を表すのが誘導定理である。ここでは、この誘導定理を使って、開口面上の電磁流を仮定することの根拠を述べよう。

異なった媒質というのは媒質定数の誘電率、透磁率が異なっているものだけではなく、図3.2に示す導波管のように同じ空気であっても内部と外部のインピーダンスが異なっている場合も含んでいる。インピーダンスで見た場合に不連続になっている境界面全てが含まれる。

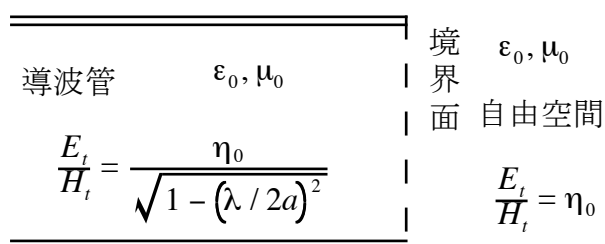


図3.2 仮想境界面

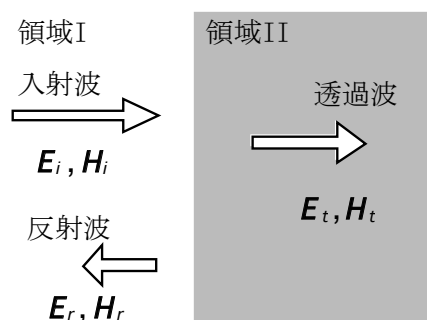


図3.3 異なる媒質の入射波と反射波

さて、図3.3のように領域Iと領域IIの境界面に、平面波 $(\mathbf{E}_i, \mathbf{H}_i)$ が領域Iの方から垂直入射したとする。

領域I, IIはインピーダンスの異なった媒質であるから、この面で反射が生ずる。境界面における反射波を $(\mathbf{E}_r, \mathbf{H}_r)$ 、透過波を $(\mathbf{E}_t, \mathbf{H}_t)$ とし、境界に平行な成分とすれば接線成分の連続性より

$$\mathbf{E}_i + \mathbf{E}_r = \mathbf{E}_t \quad , \quad \mathbf{H}_i + \mathbf{H}_r = \mathbf{H}_t \tag{3.1.1}$$

ここで、反射波 $(\mathbf{E}_r, \mathbf{H}_r)$ と透過波 $(\mathbf{E}_t, \mathbf{H}_t)$ は入射波 $(\mathbf{E}_i, \mathbf{H}_i)$ によって生じたのであるが、考え方を変えて、境界面上に仮想的に面電流、面磁流を考え、これによって生じたと考えてみよう。まず磁界 $\mathbf{H}_r, \mathbf{H}_t$ について。図3.4において、磁界の不連続を境界面上の面電流密度で表せば、アンペアの周回積分の法則から $|\mathbf{J}| = |\mathbf{H}_t - \mathbf{H}_r|$

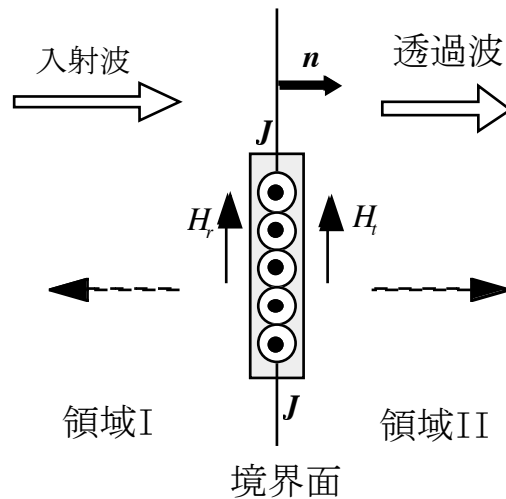


図3.4 仮想波源

となる。面に垂直な進行方向の単位ベクトルを用いてベクトル的に表せば、

$$\mathbf{J} = \mathbf{n} \times (\mathbf{H}_t - \mathbf{H}_r)$$

となり、また、境界条件式により $\mathbf{J} = \mathbf{n} \times \mathbf{H}_t$ (3.1.2)

となる。すなわち、境界面上に入射磁界に等しい等価な面電流が流れていると考えることができる。この面電流によって透過磁界 \mathbf{H}_t が領域IIに伝搬していくと考える。

同様に、電界の不連続に対して面磁流密度 \mathbf{J}_m を考えれば、

$$\mathbf{J}_m = -\mathbf{n} \times (\mathbf{E}_t - \mathbf{E}_r) = -\mathbf{n} \times \mathbf{E}_t \quad [\text{V/m}] \quad (3.1.3)$$

が得られる。

このように、不連続と考えられる媒質の境界面上に入射電磁界と等しい等価面電流・面磁流を考えることができるから、透過電磁界に対応する放射電磁界はこれらの面電磁流を用いて求めることができる。これが誘導定理である。

さて、開口面上の入射電磁界の接線成分に等しい面電磁流によって、放射電磁界を計算してみよう。開口面は $z=0$ の xy 平面にあると仮定する。その上の面電流と面磁流をそれぞれ \mathbf{J} [A/m] , \mathbf{J}_m [V/m] とすれば、それらによるベクトルポテンシャルは次式で与えられる。

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \iint_S \frac{\mathbf{J}(\mathbf{r}')}{r} e^{-jk|r-\mathbf{r}'|} dS \quad (3.1.4)$$

$$\mathbf{A}_m(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \iint_S \frac{\mathbf{J}_m(\mathbf{r}')}{r} e^{-jk|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} dS \quad (3.1.5)$$

S は開口面であり、波源の位置ベクトルは'がついている。位相項の $k|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|$ について展開してみよう。遠方から観測すると、原点と微小波源との位相差は図3.5の赤線で示した部分になる。

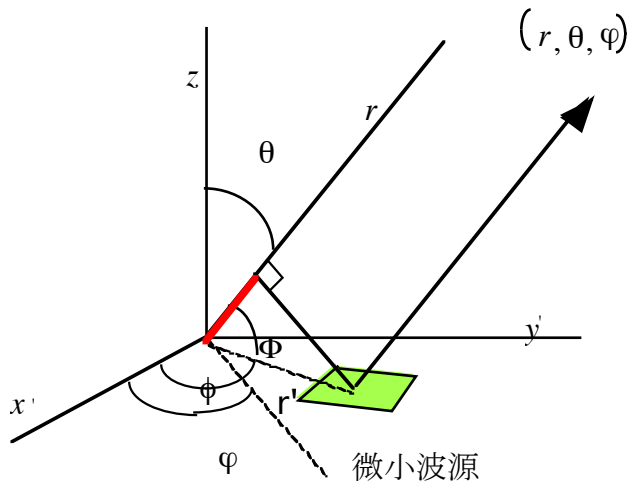


図3.5 平面上の波源と座標系

図3.5を参照して $|\mathbf{r}-\mathbf{r}'| = r - r' \cos \Phi = r - \rho' \cos \Phi$

$r' = \rho'$ とおいたのは、平面上で円柱座標でも球座標でも構わないからである。はベクトルの内積から次のように求められる。

$$\mathbf{a}_r = \mathbf{a}_x \sin \theta \cos \phi + \mathbf{a}_y \sin \theta \sin \phi + \mathbf{a}_z \cos \theta$$

$$\mathbf{a}_{r'} = \mathbf{a}_\rho = \mathbf{a}_x \cos \phi + \mathbf{a}_y \sin \phi$$

$$\rho' \mathbf{a}_{r'} = \rho' \mathbf{a}_\rho = \mathbf{a}_x \rho' \cos \phi + \mathbf{a}_y \rho' \sin \phi = \mathbf{a}_x x' + \mathbf{a}_y y'$$

$$\rho' \mathbf{a}_{r'} \cdot \mathbf{a}_r = \rho' \cos \Phi = (x' \cos \phi + y' \sin \phi) \sin \theta$$

$$= \rho' \sin \theta \cos \phi \cos \phi + \rho' \sin \theta \sin \phi \sin \phi = \rho' \sin \theta \cos(\phi - \phi)$$

したがって、

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi r} e^{-jk r} \iint_S \mathbf{J}(\mathbf{r}') e^{+jk(x' \cos \phi + y' \sin \phi) \sin \theta} dx' dy' \quad (3.1.6)$$

$$\mathbf{A}_m(\mathbf{r}) = \frac{e^{-jk r}}{4\pi \epsilon_0 r} \iint_S \mathbf{J}_m(\mathbf{r}') e^{+jk(x' \cos \phi + y' \sin \phi) \sin \theta} dx' dy' \quad (3.1.7)$$

あるいは

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi r} e^{-jk r} \iint_S \mathbf{J}(\mathbf{r}') e^{+jk \rho' \sin \theta \cos(\varphi - \phi)} \rho' d\rho' d\varphi \quad (3.1.8)$$

$$\mathbf{A}_m(\mathbf{r}) = \frac{e^{-jk r}}{4\pi \epsilon_0 r} \iint_S \mathbf{J}_m(\mathbf{r}') e^{+jk \rho' \sin \theta \cos(\varphi - \phi)} \rho' d\rho' d\varphi \quad (3.1.9)$$

これらの式からわかることは、放射電磁界は、波源の分布する面で波源を空間的にフーリエ変換すれば得られると言うことである。式は一見複雑に見えるが、これらはフーリエ変換に他ならない。

3.2 一様な開口分布をもつ開口面アンテナからの放射

開口面 $S = ab$ で電界，磁界が一様で，かつ $E_0 = \eta H_0$ なる平面波が波源として存在する場合を考える。

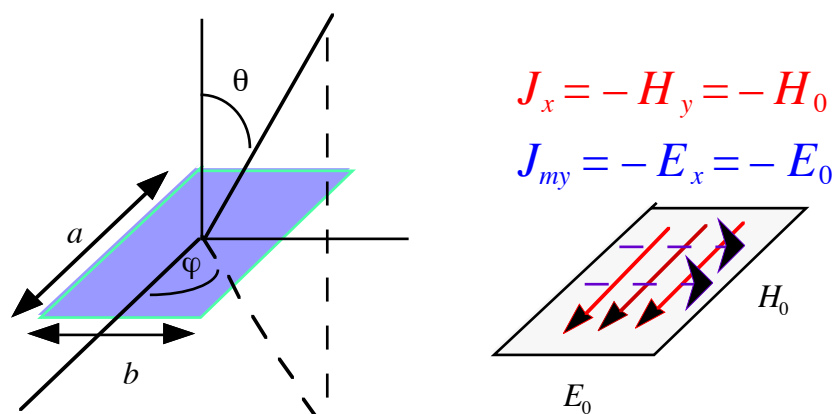


図3.6 方形開口の一様波源分布

開口面上の面電磁流はそれぞれ， $J_x = -H_y = -H_0$ ， $J_{my} = -E_x = -E_0$ (3.2.1) となる。したがってベクトルポテンシャルの積分項は次の形となる。

$$\int_{-a/2}^{a/2} \int_{-b/2}^{b/2} J_x e^{+jk(x' \cos \varphi + y' \sin \varphi) \sin \theta} dy' dx' = -H_0 ab \frac{\sin X}{X} \frac{\sin Y}{Y} \quad (3.2.2)$$

$$\text{ただし，} \quad X = \frac{\pi a}{\lambda} \cos \varphi \sin \theta \quad , \quad Y = \frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi \sin \theta \quad (3.2.3)$$

これから，放射電磁界は計算の後，次の式で与えられる。

$$E_\theta = \eta H_\varphi = -j \frac{\eta ab}{2\lambda r} H_0 (1 + \cos \theta) \cos \varphi \frac{\sin X}{X} \frac{\sin Y}{Y} e^{-jk r} \quad (3.2.4)$$

$$E_\varphi = -\eta H_\theta = j \frac{\eta ab}{2\lambda r} H_0 (1 + \cos \theta) \sin \varphi \frac{\sin X}{X} \frac{\sin Y}{Y} e^{-jk r} \quad (3.2.5)$$

このようなアンテナの電界面内および磁界面内の放射パターンは

$$\varphi = 0 \text{ で } X = \frac{\pi a}{\lambda} \sin \theta, \frac{\sin Y}{Y} \Rightarrow 1 \text{ だから } E_{\theta} = \eta H_{\varphi} \propto (1 + \cos \theta) \frac{\sin X}{X}$$

$$\varphi = \frac{\pi}{2} \text{ で } Y = \frac{\pi b}{\lambda} \sin \theta, \frac{\sin X}{X} \Rightarrow 1 \text{ だから } E_{\varphi} = -\eta H_{\theta} \propto (1 + \cos \theta) \frac{\sin Y}{Y}$$

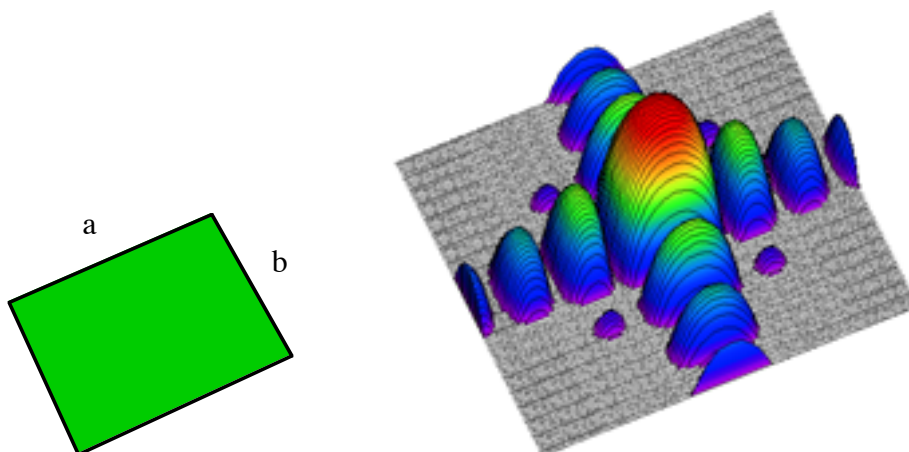
となる。結局、どの面で見ても $\frac{\sin X}{X}$ の形となる。方形開口からの放射パターン全体を図3.7に示す。

$$\text{全電力は} \quad \frac{1}{2} E_0 H_0 ab = \frac{\eta}{2} H_0^2 ab \quad (3.2.6)$$

$$\text{ポインティングベクトルの最大値は} \quad S_n(\theta, \varphi)_{\max} = \frac{1}{2} E_{\theta} H_{\varphi} \Big|_{\theta=0} = \frac{\eta}{2\lambda^2 r^2} H_0^2 (ab)^2$$

$$\text{となるので、指向性利得は} \quad D = \frac{S_n(\theta, \varphi)_{\max}}{\frac{\eta H_0^2 ab}{4\pi r^2}} = \frac{4\pi}{\lambda^2} ab \quad (3.2.7)$$

実面積がそのまま有効面積となる。



方形開口のフーリエ変換

図3.7 一様な強度をもつ方形開口波源からの放射パターン

3.3 一様分布を持つ円形開口からの放射

円形開口アンテナで波源が一様分布している場合を考える。半径aの円形のフーリエ変換は次式のように第1次ベッセル関数となることが知られている。

$$E \propto 2 \frac{J_1(X)}{X} \quad X = \frac{2\pi a \sin \theta}{\lambda} \quad (3.3.1)$$

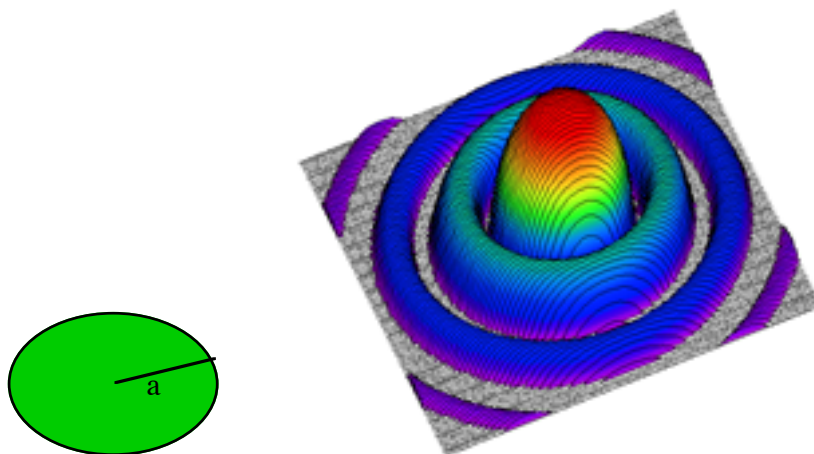


図3.8 円形開口のフーリエ変換

3.4 フーリエ変換に伴うアンテナパターンの性質

放射電磁界は波源のフーリエ変換で与えられることから、フーリエ変換の性質を使って以下の事柄がわかる。簡単化のために、一様な強度と位相をもつ開口の長さを a として、1次元のフーリエ変換を考えてみよう。方形波をフーリエ変換すれば、Sinc関数になる。図3.9のように最も大きなローブをメインローブという。

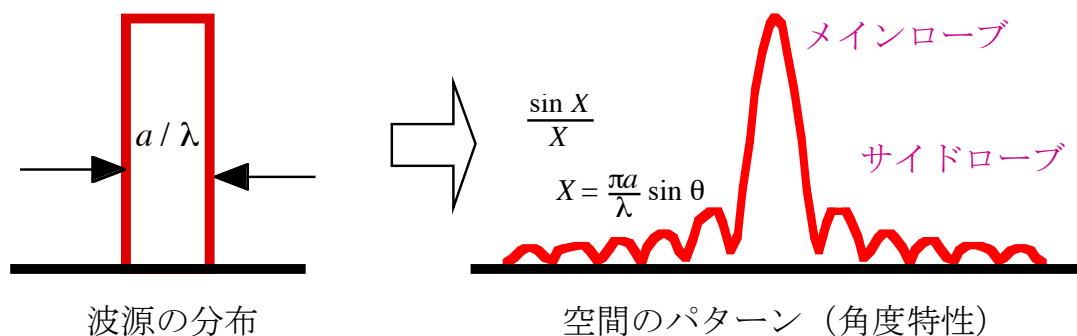


図3.9 方形波源のフーリエ変換とローブ

このビームの広がり具合を見るために、電力が半分になる角度 θ_{HP} （電力半値角）をみると、 $\frac{\sin X}{X} = \frac{1}{\sqrt{2}}$, $X = 1.39$ $\theta_{HP} = 2 \sin^{-1} \left(\frac{1.39 \lambda}{\pi a} \right) \approx 0.88 \frac{\lambda}{a} = 50.6^\circ \frac{\lambda}{a}$

したがって、このことから波長に比べて小さな波源では、メインローブは広がり、大きな波源ではメインローブが絞られることがわかる。

また、メインローブの他に振幅は小さいがサイドローブが現れる。この大きさは、小さいほど望ましいが、フーリエ変換の性質により規定される。Sinc関数の場合には、第一サイドローブのレベルは $20 \log(0.217) = -13.27 \text{ dB}$ となる。つまり、一様分布の波源では、サイドローブは約 -13 dB になる。これをさらに低下させるためには、波源の分布形状を

変える以外に方法はない。ビームの鋭さを表す電力半値角とサイドローブレベルは互いにトレードオフの関係にあり，サイドローブを抑えるとビーム幅は太くなる。

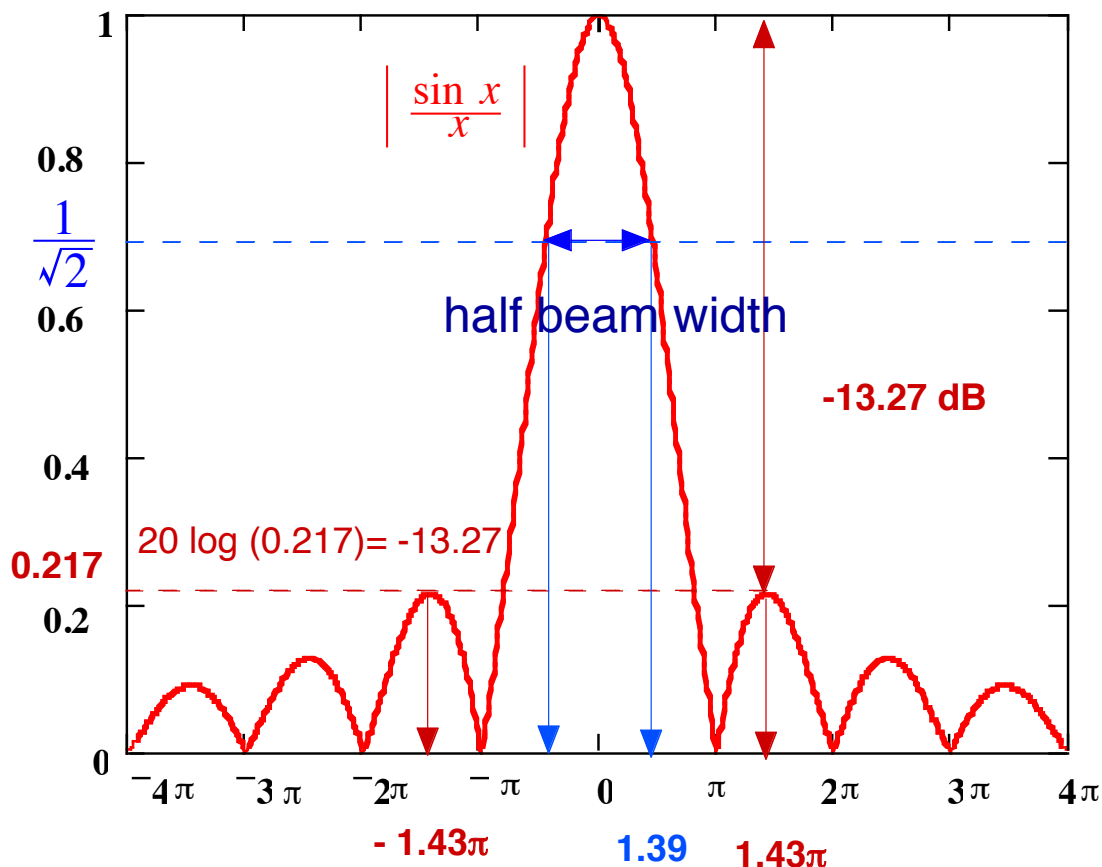


図3.10 電力半値角（ビーム幅）とサイドローブレベル

4. アンテナのパラメータ

本節ではアンテナの放射に関わるパラメータをまとめておく。放射パターンは3次元の量で電界や電力の変化を球座標系を使って表したものである。最大放射方向にメインローブを持ち，他の方向にサイドローブをもっている。場の強さと偏波を含めて放射パターンを完全に指定するには次の3つのパターンが必要である。

θ と ϕ の関数としての $E_\theta(\theta, \phi)$

θ と ϕ の関数としての $E_\phi(\theta, \phi)$

θ と ϕ の関数として， $E_\theta(\theta, \phi)$ と $E_\phi(\theta, \phi)$ の位相差

放射パターンを示すときには正規化された電力パターン $P_n(\theta, \phi)$ を用いる。

$$P_n(\theta, \phi) = \frac{S(\theta, \phi)}{S(\theta, \phi)_{\max}} \quad (4.1)$$

$$S(\theta, \phi) = [E_\theta^2(\theta, \phi) + E_\phi^2(\theta, \phi)] / Z_0 \quad (4.2)$$

$$S(\theta, \phi)_{\max} = \text{Maximum value of } S(\theta, \phi) \quad (4.3)$$

どんな空間パターンも3次元表示か、メインローブを横切る平面の2次元パターンを表示することが多い。メインローブを通り、電界が最大となる面をE-plane、磁界が最大になる面をH-planeという。2つの互いに直交している平面を主平面として使うことが多い。

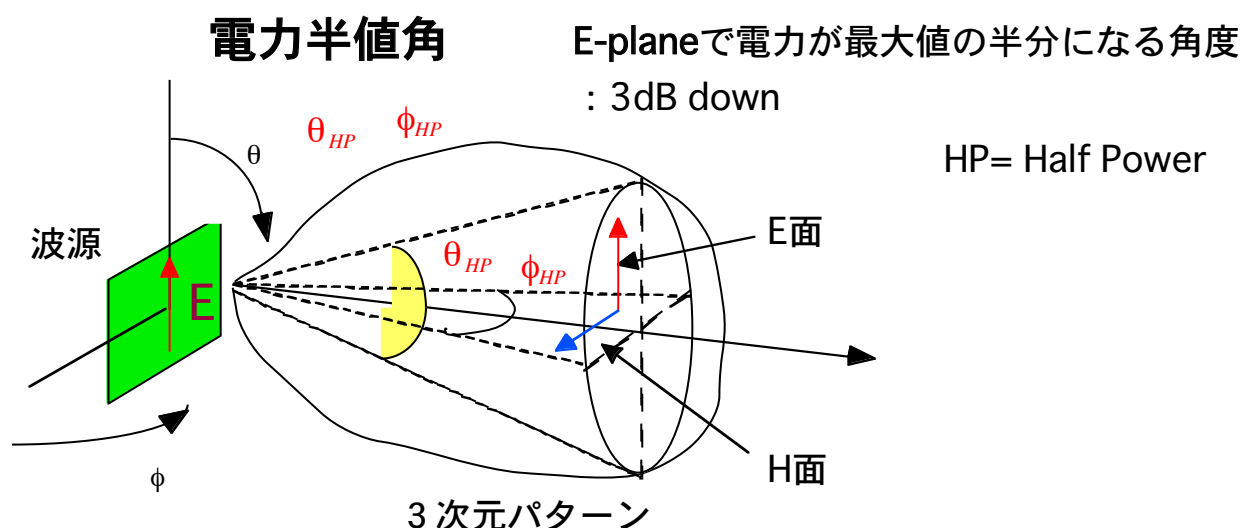


図4.1 放射パターン（ビーム）のパラメータ

放射パターンはこのようにベクトル成分表現が必要となるが、多くの工学的応用にはいくつかのスカラー量でパターンを表現する方法が使われている。それがビーム立体角 (beam solid angle) Ω_A 、指向性利得 (directivity) D 、有効面積 (effective aperture) A_e である。

ビーム立体角 Ω_A は正規化された放射パターン $P_n(\theta, \phi)$ を球面全体にわたって積分することで得られる。

$$\Omega_A = \int_{\dots} P_n(\theta, \phi) d\Omega \quad , \quad d\Omega = \sin \theta d\theta d\phi \quad (4.4)$$

このビーム立体角は2つの主平面で電力が半分になる角度（これを電力半値角という）を使って近似的に次のようになる。

$$\Omega_A \approx \theta_{HP} \phi_{HP} \quad (4.5)$$

θ_{HP} 、 ϕ_{HP} はそれぞれ主平面での電力半値角である。

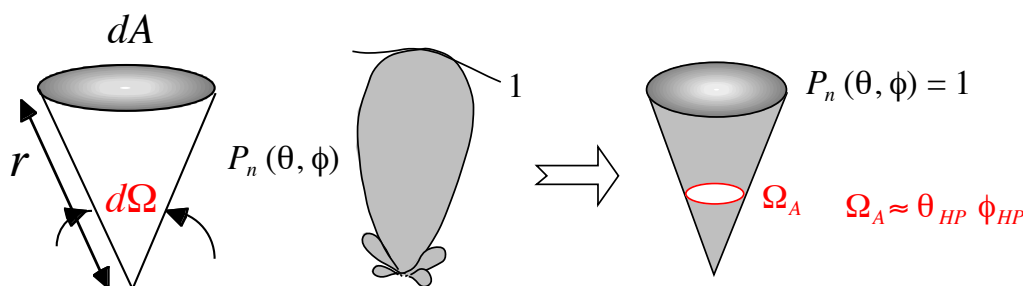
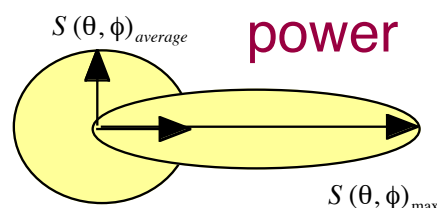


図4.2 正規化放射パターンとビーム立体角

指向性利得は平均ポインティングベクトルと最大ポインティングベクトルの大きさの比で定義されている。

$$D = \frac{S(\theta, \phi)_{\max}}{S(\theta, \phi)_{\text{average}}} = \frac{S(\theta, \phi)_{\max}}{\frac{1}{4\pi} \iint_{4\pi} S(\theta, \phi) d\Omega} = \frac{4\pi}{\Omega_A} \quad (4.6)$$



ビーム角が小さくなればなるほど、指向性利得は大きくなる。例えば、電力半値角が20度のアンテナであれば、その指向性利得は

$$D = \frac{4\pi}{\Omega_A} = \frac{41253 (\text{deg}^2)}{\theta_{HP}^\circ \phi_{HP}^\circ} = \frac{41253 (\text{deg}^2)}{20^\circ \times 20^\circ} = 103 = 20.1 \text{ dB}$$

$$\text{注} \left(1 \text{ sr} = \left(\frac{180}{\pi} \right)^2 \text{ deg}^2, \quad 4\pi \text{ sr} = 41253 \text{ deg}^2 \right)$$

これはアンテナが全ての方向に同じ電力を放射した場合に比べて、メインローブの方向に103倍の電力を放射していることを意味する。全ての方向に同じ電力を放射するアンテナを等方性 (isotropic) アンテナという。現実には存在しないが、各種のアンテナを比較するときの基準として考えられるアンテナである。この等方性アンテナに関しては、 $D = 1, \Omega_A = 4\pi, P_n(\theta, \phi) = 1$ である。

利得Gは指向性利得に効率係数を掛けたものである。アンテナに入射する電力を P_{in} 、アンテナ内部で消費される電力を P_{loss} 、放射される電力を P_{rad} とすると、利得は次式で与えられる。

$$G = k D \quad (4.7)$$

$$k : \text{efficiency factor} (0 \leq k \leq 1), \quad k = \frac{P_{rad}}{P_{in}} = \frac{P_{rad}}{P_{rad} + P_{loss}} \quad (4.8)$$

損失のないアンテナに対しては利得と指向性利得が等しい。もし、アンテナで電力の消費があると利得は指向性利得よりも小さくなる。通常60-80%の効率の開口面アンテナが多い。

また、有効面積はアンテナが受信装置として働いているときに用いられる等価的な面積である。もし、ポインティングベクトル S の平面波がホーンアンテナに入射したとすると受信電力Pは

$$P = S A_e \quad (4.9)$$

$$\text{で与えられるので, これから} \quad A_e = \frac{P}{S} \quad (m^2) \quad (4.10)$$

一般的にはこの面積は実際の物理的な面積よりも小さい。有効面積はビーム立体角と次のような関係がある。

$$A_e = \frac{\lambda^2}{\Omega_A} \quad (4.11)$$

放射抵抗も放射パターンもアンテナの電流分布によって決まるので、放射抵抗はパターンと関連している。これを示すため、少し数式で示してみよう。放射電力はポインティングベクトルを積分することによって得られるので

$$\begin{aligned} \iint S(\theta, \phi) dS &= \iint S(\theta, \phi)_{\max} \frac{S(\theta, \phi)}{S(\theta, \phi)_{\max}} r^2 \sin \theta d\theta d\phi \\ &= S(\theta, \phi)_{\max} \iint P_n(\theta, \phi) r^2 \sin \theta d\theta d\phi = S(\theta, \phi)_{\max} r^2 \iint P_n(\theta, \phi) d\Omega = S(\theta, \phi)_{\max} r^2 \Omega_A \end{aligned}$$

$$\text{ただし, } dS = r^2 \sin \theta d\theta d\phi, d\Omega = \sin \theta d\theta d\phi$$

エネルギー保存則から、損失のないアンテナではこの量がアンテナに供給される電力と等しくなければならない。アンテナ端子での電流を I 、放射抵抗を R_r とすると、

$$I^2 R_r = S(\theta, \phi)_{\max} r^2 \Omega_A$$

$$\text{したがって} \quad R_r = \frac{S(\theta, \phi)_{\max} r^2}{I^2} \Omega_A \quad (4.12)$$

放射抵抗はアンテナそのものの抵抗ではなく、放射パターンを通して見た空間とアンテナ端子の結合を表している。放射抵抗に関して、アンテナ温度も定義されているが、これは実際のアンテナの温度とは全く関係ない。場として遠方の領域の温度と放射パターンを結びつける量である。実際にアンテナ温度はアンテナ固有のパラメータでは無く、アンテナが見ている領域の温度に関係してくるので、リモートセンシングのような測定系として受信アンテナの特性を評価するときを考えるべき量である。

5. アレイアンテナ

微小波源を並べたものを配列 (Array) といい、配列したアンテナ全体が一つのアンテナとして動作する。アレイアンテナは、1つの波源 (アンテナ) では達成できない事柄を、空間的な配列を利用することによって達成する。具体的には、指向性を変化させたり、利得を向上させることができる。また、最近ではこの特性を生かして、時間的・空間的な信号処理を加えて高度な利用が行われている。

まず、簡単な例題（z軸に直線状に並んだ個の線波源からの放射）を考えよう。

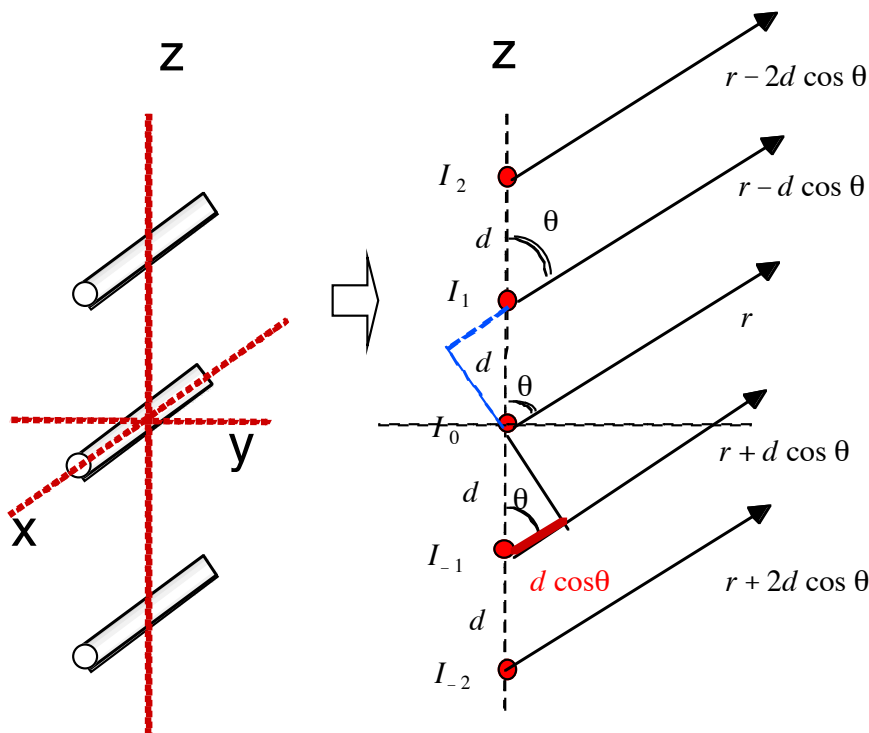


図5.1 z軸方向に並んだ線波源

各素子の間隔を d ，電流振幅を図5.1のようにとる．球座標で z 軸からの角度を θ とし，観測点 $P(r, \theta)$ が十分遠方にあるとすると，各素子から観測点 P までの距離は，0番目，1番目，2番目からそれぞれ， r ， $r - d \cos \theta$ ， $r - 2d \cos \theta$ ， \dots となる．合成電界は

$$I_{-2} \frac{e^{-jk(r+2d \cos \theta)}}{r+2d \cos \theta} + I_{-1} \frac{e^{-jk(r+d \cos \theta)}}{r+d \cos \theta} + I_0 \frac{e^{-jkr}}{r} + I_1 \frac{e^{-jk(r-d \cos \theta)}}{r-d \cos \theta} + I_2 \frac{e^{-jk(r-2d \cos \theta)}}{r-2d \cos \theta} \dots \quad (5.1)$$

に比例する．

いま，各素子の電流振幅が等しい ($I = I_0 = I_1 = I_{-1} = I_2 = I_{-2} = \dots$) と仮定し，分母の距離に関する項を

$$\frac{1}{r + n d \cos \theta} \approx \frac{1}{r} \quad (5.2)$$

と近似すると，合成電界は簡単化される．

$$E = K \frac{I e^{-jkr}}{r} \left[e^{-j2kd \cos \theta} + e^{-jkd \cos \theta} + 1 + e^{jkd \cos \theta} + e^{j2kd \cos \theta} \right] \quad (5.3)$$

K は係数．これから，各素子の位相の寄与によって合成電界が成り立っていることがわかる．

$$u = k d \cos \theta = \frac{2\pi d}{\lambda} \cos \theta \quad (5.4)$$

とにおいて，合計をとると $E = K \frac{I e^{-jkr}}{r} \sum_{n=-N}^N e^{jn u}$

$$\sum_{n=-N}^N e^{jn u} = \frac{e^{-jNu} - e^{j(N+1)u}}{1 - e^{ju}} = \frac{e^{j(N+\frac{1}{2})u} - e^{-j(N+\frac{1}{2})u}}{e^{j\frac{u}{2}} - e^{-j\frac{u}{2}}} = \frac{\sin \left(N + \frac{1}{2} \right) u}{\sin \frac{u}{2}}$$

だから,

$$E = K \frac{I e^{-jkr}}{r} \frac{\sin\left(N + \frac{1}{2}\right)u}{\sin \frac{u}{2}} \quad (5.5)$$

となる。この式から分かるように、配列による効果は最後のsin関数のみである。この要素はアレイファクターと呼ばれている。

$$\text{Array Factor} = \frac{\sin\left(N + \frac{1}{2}\right)u}{\sin \frac{u}{2}} \quad (5.6)$$

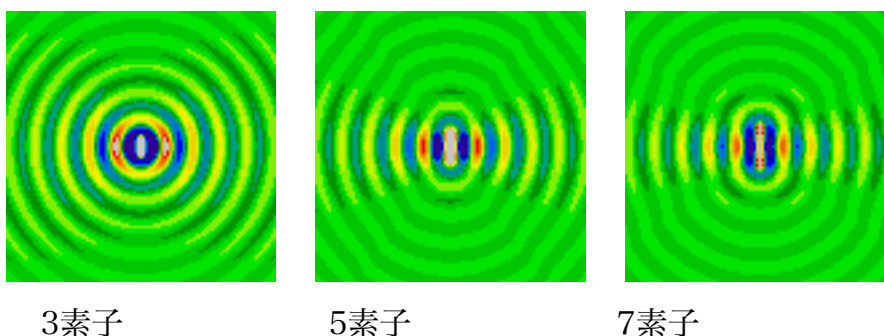
この最大値は $\text{Max}(A.F.) = \frac{\sin\left(N + \frac{1}{2}\right)u}{\sin \frac{u}{2}} \Rightarrow \frac{\sin\left(N + \frac{1}{2}\right)u}{\left(N + \frac{1}{2}\right)u} \frac{\frac{u}{2}}{\sin \frac{u}{2}} \frac{\left(N + \frac{1}{2}\right)u}{\frac{u}{2}} \Rightarrow 2N + 1$

となつて、素子数に比例する。つまり、素子数が多いほど、放射電界は比例して大きくなることを意味している。さらに、この最大値は

$$u = k d \cos \theta = \frac{2\pi d}{\lambda} \cos \theta = 0$$

のとき、達成されるので $\theta = \frac{\pi}{2}$

の方向（アンテナの横方向）に最大のビームが向くことがわかる。この方向をBroad side方向という。図5.2に素子数を変化させた場合の放射の様子を示した。



3素子

5素子

7素子

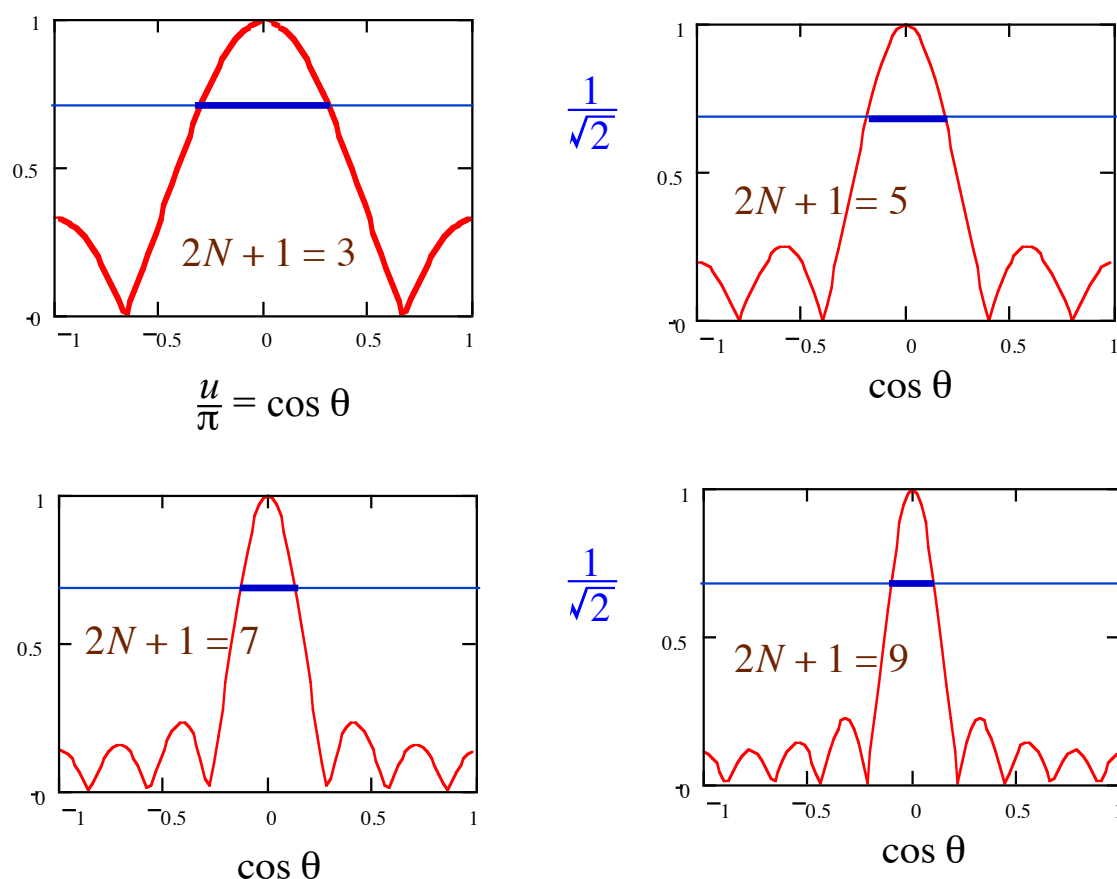
図5.2 アレイアンテナの放射の様子

アレイファクターを使って電界を表現すると、放射電界は単純な式になる。

$$\text{合成電界} = (\text{係数}) \cdot (\text{素子単体の指向性}) \cdot (\text{アレイファクター}) \quad (5.6)$$

アレイファクターは素子数に依存しているため、放射パターンなどを求める際に、素子数に依存する項目を取り除くことが必要な場合もでてくる。そこで、素子数で割り正規化したアレイファクターを使うこともある。

$$(A.F.)_n = \left| \frac{\frac{u}{2}}{\left(N + \frac{1}{2}\right)u} \frac{\sin\left(N + \frac{1}{2}\right)u}{\sin \frac{u}{2}} \right| \quad (5.8)$$

図5.3 素子数 $2N+1$ と正規化アレイファクター

$d = \frac{\lambda}{2}$ として $u = kd \cos \theta = \frac{2\pi d}{\lambda} \cos \theta \Rightarrow \pi \cos \theta$ の時の正規化アレイファクターを図5.3に示す。素子数が増えるにしたがってビームが鋭くなり、電力半値角が小さくなっていく様子が分かる。

アンテナビームの走査

アレイアンテナ素子の位相を変化させると、ビームの方向を変化させることができる。図5.4のように、素子の位置に比例して位相量を変化させると、アレイアンテナ全体としての位相面は傾く。そもそも、平面波とは進行方向に対して位相一定の面が平面状になっている波のことである。この基本的性質を考えれば、素子の位相制御によって、希望する方向に位相一定面を作り、その面方向にビームを放射することが可能ということになる。位相器を使った電子制御によってビームの方向を変化させることができる。このことは、機械的にアンテナを動かさずに、電子的にビーム走査が可能となり、実用価値が大きい。Phased Arrayと呼ばれているアンテナはこのような位相制御機能を持っている。

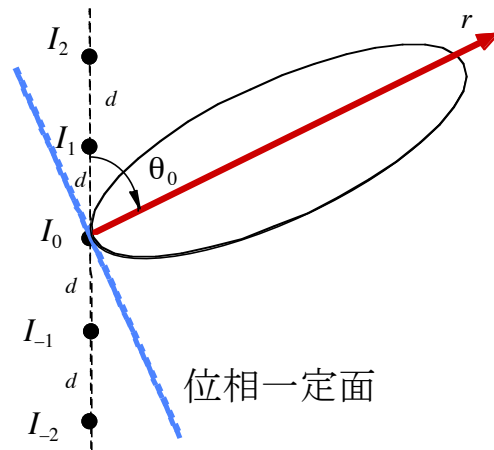


図5.4 アレイアンテナの位相制御

さらに、振幅も素子ごとに変えたら、波源強度分布も任意に作ることができるため、どのような放射パターンも作れることが予想されるであろう。位相と振幅を同時に可変する機能をアレイアンテナに付加したものは、アクティブアンテナと呼ばれ、時間とともに変動する環境における利用がある。

以上述べてきたように、アンテナからの放射の基本は、球面素波 $\frac{e^{-jkr}}{r}$ に適切な振幅と位相を付加して合成（和、あるいは積分）すればよい。