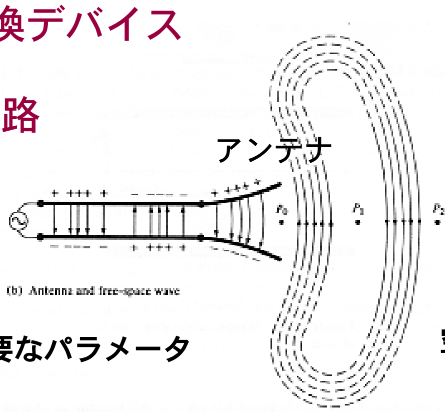
アンテナについて

伝送線路（回路）と空間（媒質）とのインターフェイス回路

アンテナは変換デバイス

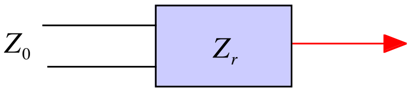
伝送線路　　空間



★放射パターン

回路特性として重要なパラメータ

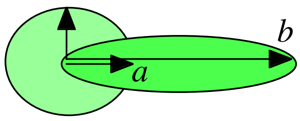
★ インピーダンス



空間特性として重要なパラメータ

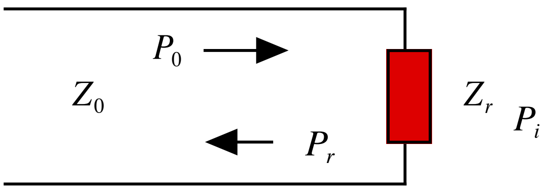
★ 利得，指向性利得

$$D = \frac{b}{a}\ \text{[dB]}$$



回路素子としてのアンテナ

伝送線路から見ればアンテナはインピーダンス Z_r をもつ２端子回路



アンテナへ供給される電力

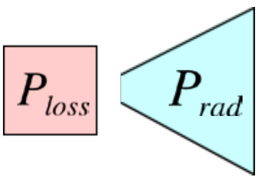
$$P_i = P_0 - P_r = P_0\left(1 - |\Gamma_v|^2\right)$$

反射係数 $\Gamma_v = \dfrac{Z_r - Z_0}{Z_r + Z_0}$

インピーダンス整合の重要性

この電力が，
アンテナから空間へ放射される電力 P_{rad}
内部で消費される電力 P_{loss}
になる．

$$P_i = P_{loss} + P_{rad}$$



放射効率 $k = \dfrac{P_{rad}}{P_{loss} + P_{rad}}$

アンテナに用いるパラメータ

		定義	dB表示	大きさ	設計目標 $\Gamma=0.1$
電圧反射係数	Γ	$\Gamma=\dfrac{Z_r-Z_0}{Z_r+Z_0}$	$20\log\lvert\Gamma\rvert$	≤ 0	- 20 dB
VSWR	S	$S=\dfrac{1+\lvert\Gamma\rvert}{1-\lvert\Gamma\rvert}$		$S\ge 1$	S = 1.222
反射減衰量（リターンロス）		$L_R=\dfrac{1}{\lvert\Gamma\rvert}$	$L_R=-20\log\lvert\Gamma\rvert$	≥ 0	+ 20 dB
電力透過係数		$T=\left(1-\lvert\Gamma\rvert^2\right)=\dfrac{4S}{(1+S)^2}$	10 log T	≤ 0	- 0.0436 dB
反射損		$M=\dfrac{1}{T}$	10 log M	≥ 0	+ 0.0436 dB
負荷への入力電力		$P_{in}=P_0\left(1-\lvert\Gamma\rvert^2\right)$		$P_{in}\le P_0$	Pin= 0.99 Po

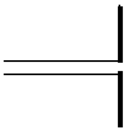
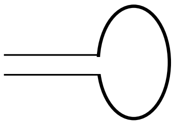
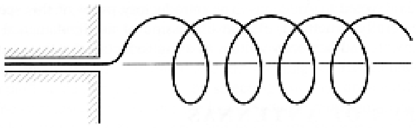
電源供給電力 P_0

Γ	$20\log\lvert\Gamma\rvert$	VSWR	Pin/Po (%)
0.01	-40	1.02	99.99
0.02	-33.98	1.04	99.96
0.03	-30.46	1.06	99.91
0.04	-27.96	1.08	99.84
0.05	-26.00	1.11	99.75
0.06	-24.44	1.13	99.64
0.07	-23.10	1.15	99.51
0.08	-21.94	1.17	99.36
0.09	-20.92	1.20	9.19
0.10	-20	1.22	99
0.11	-19.17	1.25	98.79
0.12	-18.42	1.27	98.56
0.13	-17.72	1.30	98.31
0.14	-17.08	1.33	98.04
0.15	-16.48	1.35	97.75
0.16	-15.92	1.38	97.44
0.17	-15.39	1.41	97.11
0.18	-14.89	1.44	96.76
0.19	-14.42	1.47	96.39
0.2	-13.98	1.5	96
0.21	-13.56	1.53	95.59
0.22	-13.15	1.56	95.16
0.23	-12.77	1.60	94.71
0.24	-12.40	1.63	94.24
0.25	-12.04	1.67	93.75

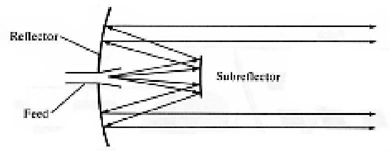
Γ	$20\log\lvert\Gamma\rvert$	VSWR	Pin/Po (%)
0.26	-11.7	1.7	93.24
0.27	-11.4	1.74	92.71
0.28	-11.1	1.78	92.16
0.29	-10.8	1.82	91.59
0.3	-10.46	1.86	91
0.31	-10.17	1.9	90.39
0.32	-9.90	1.94	89.76
0.33	-9.63	1.99	89.11
0.34	-9.37	2.03	88.44
0.35	-9.12	2.08	87.75
0.36	-8.87	2.13	87.04
0.37	-8.64	2.17	86.31
0.38	-8.4	2.23	85.56
0.39	-8.18	2.28	84.79
0.4	-7.96	2.33	84
0.41	-7.74	2.39	83.19
0.42	-7.54	2.45	82.36
0.43	-7.33	2.5	81.51
0.44	-7.13	2.57	80.64
0.45	-6.94	2.64	79.75
0.46	-6.74	2.7	78.84
0.47	-6.56	2.77	77.91
0.48	-6.38	2.85	76.96
0.49	-6.2	2.92	75.99
0.5	-6.02	3	75

アンテナの種類

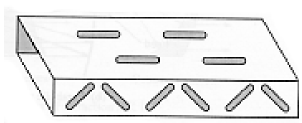
線状アンテナ(linear antenna)

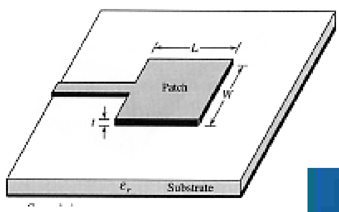

開口面アンテナ(aperture antenna)

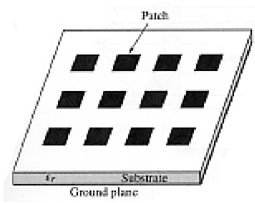
スロットアンテ(slot)



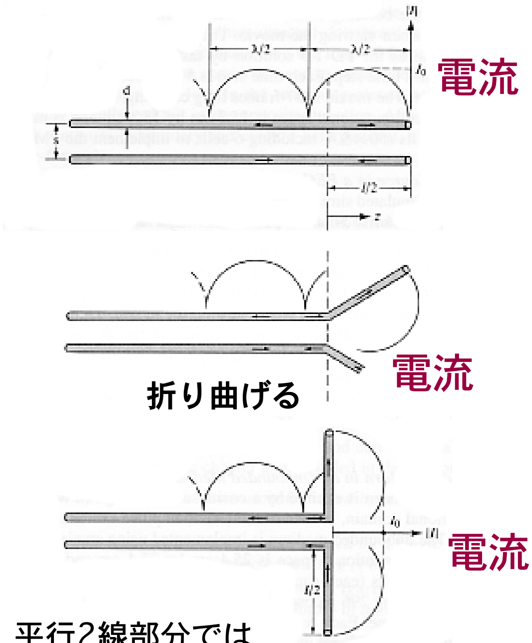
Micro-Strip antenna



アレーアンテナ (array antenna)

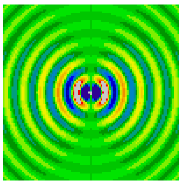


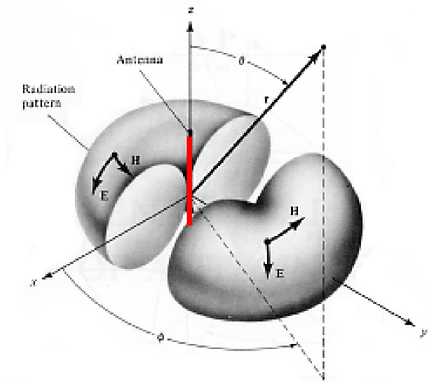
放射原理（図解）



平行2線部分では
＋－でキャンセル

この部分に電流が単独に
在るように見える





電流からの放射

放射の理論（一覧）

電流が波源となって放射電磁界を作る

Maxwell 方程式

$$\nabla\times\boldsymbol{E} = -\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t}$$

$$\nabla\times\boldsymbol{H} = \frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t} + \boldsymbol{J}$$

$\boldsymbol{J}$ から直接 $\boldsymbol{E},\boldsymbol{H}$ を導くことは困難

仲介役

ベクトルポテンシャル

$$\boldsymbol{B} = \nabla\times\boldsymbol{A}$$

ベクトルポテンシャルの波動方程式

$$\nabla^2\boldsymbol{A} + k^2\boldsymbol{A} = -\mu_0\boldsymbol{J}$$

解く

$$\boldsymbol{A}(\boldsymbol{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi}\int_v \frac{\boldsymbol{J}}{r}e^{-jkr}dv$$

$\boldsymbol{E},\boldsymbol{H}$ の表現

$$\boldsymbol{H} = \frac{1}{\mu_0}\nabla\times\boldsymbol{A}$$

$$\boldsymbol{E} = -j\omega\left(\boldsymbol{A} + \frac{1}{k^2}\nabla\nabla\cdot\boldsymbol{A}\right)$$

ベクトルポテンシャルの支配方程式（波動方程式）の導出

$\boldsymbol{B} = \nabla\times\boldsymbol{A}$　　公式　$\nabla\times\nabla\phi \equiv 0$

$$\nabla\times\boldsymbol{E} = -\frac{\partial\boldsymbol{B}}{\partial t} \longrightarrow \nabla\times\left(\boldsymbol{E} + j\omega\boldsymbol{A}\right) = 0 \longrightarrow \boldsymbol{E} = -j\omega\boldsymbol{A} - \nabla\phi$$

ϕ は任意のスカラーポテンシャル

$\boldsymbol{B} = \mu_0\boldsymbol{H} = \nabla\times\boldsymbol{A}$

$$\nabla\times\boldsymbol{H} = \frac{\partial\boldsymbol{D}}{\partial t} + \boldsymbol{J} \longrightarrow \nabla\times\frac{1}{\mu_0}\nabla\times\boldsymbol{A} = j\omega\varepsilon_0\left(-j\omega\boldsymbol{A} - \nabla\phi\right) + \boldsymbol{J}$$

$$\nabla\times\nabla\times\boldsymbol{A} = j\omega\varepsilon_0\mu_0\left(-j\omega\boldsymbol{A} - \nabla\phi\right) + \mu_0\boldsymbol{J}$$

公式

$$\nabla\nabla\cdot\boldsymbol{A} - \nabla^2\boldsymbol{A} = \omega^2\varepsilon_0\mu_0\boldsymbol{A} - j\omega\varepsilon_0\mu_0\nabla\phi + \mu_0\boldsymbol{J}$$

$$\nabla^2\boldsymbol{A} + k^2\boldsymbol{A} = \nabla\left(\underline{\nabla\cdot\boldsymbol{A} + j\omega\varepsilon_0\mu_0\phi}\right) - \mu_0\boldsymbol{J}$$

Lorentz条件　$\nabla\cdot\boldsymbol{A} + j\omega\varepsilon_0\mu_0\phi = 0$　を仮定することができる

ϕ の決定　$\phi = -\dfrac{\nabla\cdot\boldsymbol{A}}{j\omega\varepsilon_0\mu_0}$

ベクルポテンシャルの満たすべき方程式　$\nabla^2\boldsymbol{A} + k^2\boldsymbol{A} = -\mu_0\boldsymbol{J}$

$k^2 = \omega^2\varepsilon_0\mu_0$

$$\nabla\cdot\boldsymbol{D} = \rho \longrightarrow \nabla\cdot\left(\varepsilon_0\boldsymbol{E}\right) = -\varepsilon_0\nabla\cdot\left(j\omega\boldsymbol{A} + \nabla\phi\right) = \rho \qquad -j\omega\nabla\cdot\boldsymbol{A} - \nabla^2\phi = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

Lorentz条件　$\nabla\cdot\boldsymbol{A} + j\omega\varepsilon_0\mu_0\phi = 0 \longrightarrow$

$k^2 = \omega^2\varepsilon_0\mu_0$　　$\nabla^2\phi + k^2\phi = -\dfrac{\rho}{\varepsilon_0}$

磁界表現

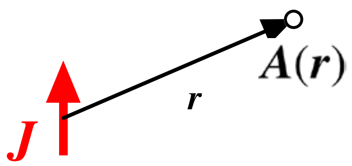
$$\boldsymbol{H} = \frac{1}{\mu_0}\nabla\times\boldsymbol{A}$$

電界表現

$$\boldsymbol{E} = -j\omega\boldsymbol{A} - \nabla\phi = -j\omega\boldsymbol{A} + \frac{\nabla\nabla\cdot\boldsymbol{A}}{j\omega\varepsilon_0\mu_0} = -j\omega\left(\boldsymbol{A} + \frac{\nabla\nabla\cdot\boldsymbol{A}}{k^2}\right)$$

（電磁界の計算にはベクトル演算が必要）

波動方程式　$\nabla^2\boldsymbol{A} + k^2\boldsymbol{A} = -\mu_0\boldsymbol{J}$



その解は　$\boldsymbol{A}(\boldsymbol{r}) = \dfrac{\mu_0}{4\pi}\displaystyle\int_v \frac{\boldsymbol{J}}{r}e^{-jkr}dv$

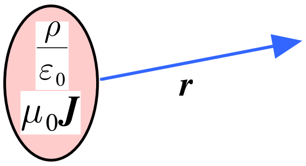
で与えられる

時間変動の無い場合，ある場合の支配方程式とその解の比較

Static $k = 0$ $\quad \nabla^2 \phi = -\dfrac{\rho}{\varepsilon_0}$ $\qquad \phi(\boldsymbol{r}) = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\displaystyle\int_{v'} \dfrac{\rho(\boldsymbol{r}')}{r}\, dv'$ （電磁気学１を参照）

Dynamic $k \neq 0$ $\quad \nabla^2 \phi + k^2 \phi = -\dfrac{\rho}{\varepsilon_0}$ $\qquad \phi(\boldsymbol{r}) = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\displaystyle\int_{v'} \dfrac{\rho(\boldsymbol{r}')}{r}\, e^{-jkr}\, dv'$

$k = \omega\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} = \dfrac{2\pi}{\lambda}$



$\phi(\boldsymbol{r})$ スカラーポテンシャル

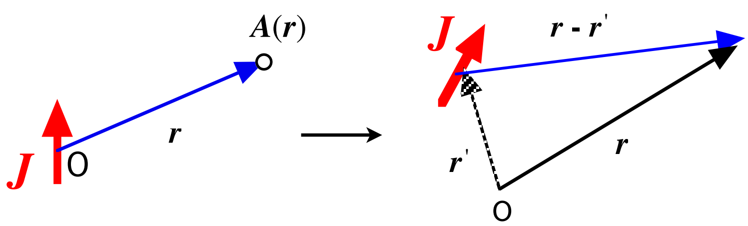
$\boldsymbol{A}(\boldsymbol{r})$ ベクトルポテンシャル

Static $k = 0$ $\quad \nabla^2 \boldsymbol{A} = -\mu_0 \boldsymbol{J}$ $\qquad \boldsymbol{A}(\boldsymbol{r}) = \dfrac{\mu_0}{4\pi}\displaystyle\int_{v'} \dfrac{\boldsymbol{J}(\boldsymbol{r}')}{r}\, dv'$ （電磁気学２を参照）

Dynamic $k \neq 0$ $\quad \nabla^2 \boldsymbol{A} + k^2 \boldsymbol{A} = -\mu_0 \boldsymbol{J}$ $\qquad \boldsymbol{A}(\boldsymbol{r}) = \dfrac{\mu_0}{4\pi}\displaystyle\int_{v'} \dfrac{\boldsymbol{J}(\boldsymbol{r}')}{r}\, e^{-jkr}\, dv'$

時間変動のある場合には e^{-jkr} が付く

原点を移動（波源が原点にあるとは限らない）



$\boldsymbol{r}$ 観測点の位置ベクトル

$\boldsymbol{r}'$ 波源の位置ベクトル

$$\boldsymbol{A}(\boldsymbol{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi}\int_{v'} \frac{\boldsymbol{J}(\boldsymbol{r}')}{r}\, e^{-jkr}\, dv' \longrightarrow \boldsymbol{A}(\boldsymbol{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi}\int_{v'} \frac{\boldsymbol{J}(\boldsymbol{r}')}{|\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}'|}\, e^{-jk|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'|}\, dv'$$

v' 波源の占める体積

十分遠方では $\dfrac{1}{|\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}'|} \approx \dfrac{1}{r}$

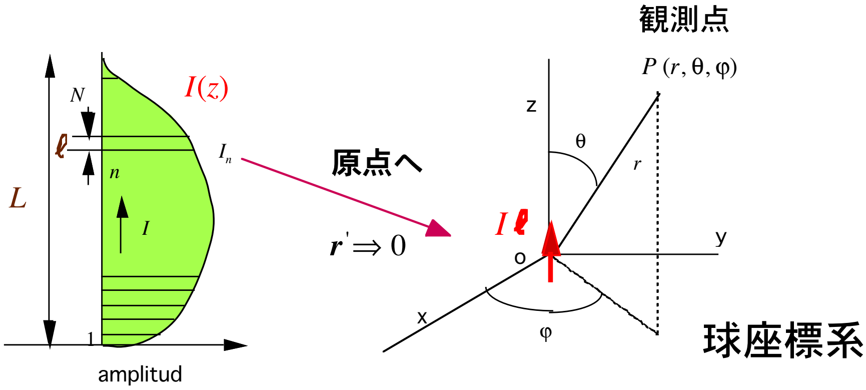
位相項は $k|\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}'| = \dfrac{2\pi}{\lambda}|\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}'|$

近似できない

のでそのまま

$$\boxed{\boldsymbol{A}(\boldsymbol{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi}\int_{v'} \frac{\boldsymbol{J}(\boldsymbol{r}')}{r}\, e^{-jk|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'|}\, dv'}$$

基本例題　原点に置かれた微小電流素子からの放射



ベクトルポテンシャル　$A(\boldsymbol{r}) = \dfrac{\mu_0}{4\pi}\iiint_{vol} \dfrac{J(\boldsymbol{r}')\, e^{-jk|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'|}}{r} dv'$　$\boldsymbol{r}'=0$　から計算を始める

微小　$\boldsymbol{A} \;\Rightarrow\; A_z = \dfrac{\mu_0 I \ell}{4\pi r} e^{-jkr}$　微小を利用して直接導出

球座標成分　$A_r = A_z \cos\theta,\quad A_\theta = -A_z \sin\theta,\quad A_\varphi = 0$　座標変換

電磁界成分 （宿題：以下を導くこと）

観測点Ｐで

$$E_r = \frac{\eta Il}{2\pi r} e^{-jkr}\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{jkr^2}\right)\cos\theta$$

$$E_\theta = j\frac{\eta Il}{2\lambda r} e^{-jkr}\left(1 + \frac{1}{jkr} - \frac{1}{k^2 r^2}\right)\sin\theta$$

$$H_\varphi = j\frac{Il}{2\lambda r} e^{-jkr}\left(1 + \frac{1}{jkr}\right)\sin\theta$$

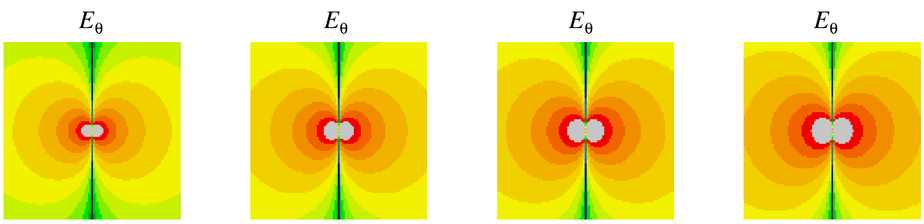
$$E_\varphi = 0,\quad H_r = 0,\quad H_\theta = 0$$

$$\eta = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} = 120\,\pi$$

$\dfrac{1}{r}$ 項のみ取り出すと

$$E_\theta = \eta H_\varphi$$

が成り立つ



$\ell = 0.1\lambda$　$\ell = 0.2\lambda$　$\ell = 0.3\lambda$　$\ell = 0.4\lambda$

電磁界成分の導出

球座標ベクトル公式　　（宿題のヒント）

$$\boldsymbol{A} = A_r \boldsymbol{a}_r + A_\theta \boldsymbol{a}_\theta + A_\varphi \boldsymbol{a}_\varphi$$

$$\boldsymbol{A}(\boldsymbol{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi}\iiint_{vol} \frac{\boldsymbol{J}(\boldsymbol{r}')\, e^{-jk|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'|}}{r} dv'$$

$$\nabla\phi = \boldsymbol{a}_r \frac{\partial\phi}{\partial r} + \boldsymbol{a}_\theta \frac{\partial\phi}{r\,\partial\theta} + \boldsymbol{a}_\varphi \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial\phi}{\partial\varphi}$$

$$\nabla\cdot\boldsymbol{A} = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2 A_r\right) + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial\left(A_\theta\sin\theta\right)}{\partial\theta} + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial A_\varphi}{\partial\varphi}$$

$$\boldsymbol{E} = -j\omega\left(\boldsymbol{A} + \frac{\nabla\nabla\cdot\boldsymbol{A}}{k^2}\right)$$

$$\boldsymbol{H} = \frac{1}{\mu_0}\nabla\times\boldsymbol{A}$$

$$\nabla\times\boldsymbol{A} = \frac{1}{r^2\sin\theta}\begin{vmatrix} \boldsymbol{a}_r & r\,\boldsymbol{a}_\theta & r\sin\theta\,\boldsymbol{a}_\varphi \\ \frac{\partial}{\partial r} & \frac{\partial}{\partial\theta} & \frac{\partial}{\partial\varphi} \\ A_r & r\,A_\theta & r\sin\theta\,A_\varphi \end{vmatrix}$$

電流素子からの電界各項の詳細

$kr = 1$　$(r = \lambda/2\pi)$ によって区別

$\frac{1}{r}$ —— **放射電磁界（遠方放射界）**

$$E_\theta = j\frac{\eta Il}{2\lambda r}e^{-jkr}\sin\theta \qquad H_\varphi = j\frac{Il}{2\lambda r}e^{-jkr}\sin\theta$$

$\frac{1}{r^2}$ —— **誘導電磁界**

直流では $\omega \to 0$, $k \to 0$

$$E_r = \frac{\eta I\ell}{2\pi r^2}e^{-jkr}\cos\theta = \frac{jkQ\ell}{2\pi\varepsilon r^2}e^{-jkr}\cos\theta \quad \Rightarrow 0$$

$$E_\theta = \frac{\eta I\ell}{4\pi r^2}e^{-jkr}\sin\theta = \frac{jkQ\ell}{4\pi\varepsilon r^2}e^{-jkr}\sin\theta \quad \Rightarrow 0$$

$$H_\varphi = \frac{I\ell}{4\pi r^2}e^{-jkr}\sin\theta \quad \Rightarrow \frac{I\ell}{4\pi r^2}\sin\theta$$ （ビオサバール）

$$I\ell = \frac{d}{dt}(Q\ell) = j\omega(Q\ell)$$

$\frac{1}{r^3}$ —— **電気双極子による電界**

$$E_r = \frac{\eta I\ell}{2\pi r^2}e^{-jkr}\frac{1}{jkr}\cos\theta = \frac{Q\ell}{2\pi\varepsilon r^3}e^{-jkr}\cos\theta \quad \Rightarrow \frac{Q\ell}{2\pi\varepsilon r^3}\cos\theta$$

$$E_\theta = \frac{\eta I\ell}{j2\lambda r}e^{-jkr}\frac{1}{k^2r^2}\sin\theta = \frac{Q\ell}{4\pi\varepsilon r^3}e^{-jkr}\sin\theta \quad \Rightarrow \frac{Q\ell}{4\pi\varepsilon r^3}\sin\theta$$

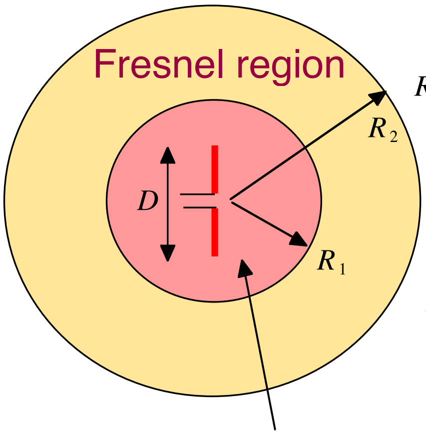
領域の区分

Far-field (Fraunhofer) region ＝ 遠方放射界

$r > R_2$

$k\,r \gg 1$ では $\frac{1}{r}$ 項のみが残る

この例題では $E_\theta = \eta\, H_\varphi$ 成分のみ



$R_2 = \dfrac{2D^2}{\lambda}$ $\left(\text{phase error} = \dfrac{\pi}{8}\right)$

フレネル領域

$R_2 > r > R_1$

Dはアンテナの最大の長さ

球面波として扱う必要あり

$R_1 = 0.62\sqrt{\dfrac{D^3}{\lambda}}$

$\left(\text{or} = \dfrac{\lambda}{2\pi}\right)$

全ての成分を考慮する必要あり

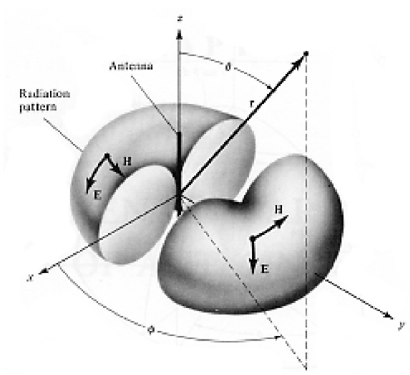
Near-field region ＝ 近傍界 $R_1 > r$

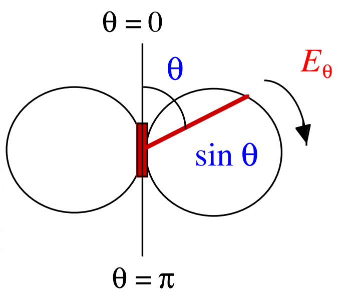
電界の空間 pattern

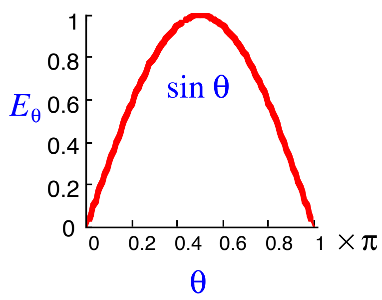
遠方放射界を対象とする

$\frac{1}{r}$ の項をもつ電磁界成分

$r = constant$







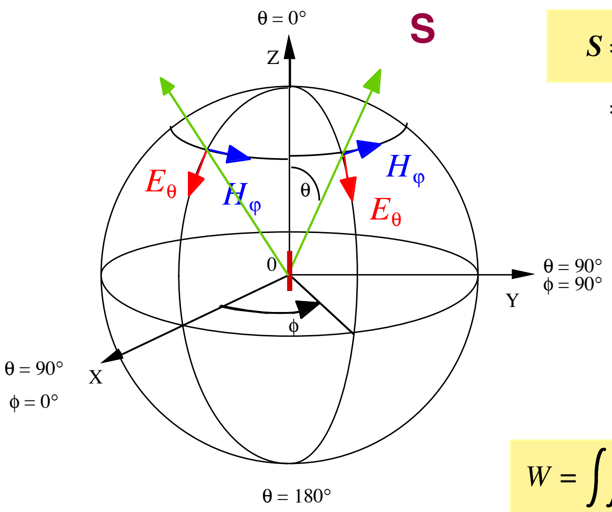
3次元表示

極座標表示

細部の状況を示すために使用

$$E_\theta = j\frac{\eta\, I l}{2\lambda r}\, e^{-jkr}\sin\theta$$

放射電力について



Poynting Vector **S**

$$\boldsymbol{S} = \frac{1}{2}\mathrm{Re}\left(\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{H}^*\right) = \boldsymbol{a}_r S_r(\theta,\varphi)$$

$$= \boldsymbol{a}_\theta\times\boldsymbol{a}_\varphi \frac{1}{2} E_\theta H_\varphi^* = \boldsymbol{a}_r \frac{1}{2\eta}\left| E_\theta \right|^2$$ ＊は複素共役

$$= \boldsymbol{a}_r \frac{\eta\left(I\ell\right)^2}{8\lambda^2 r^2}\sin^2\theta$$ ⟶ 電力密度を表す

微小電流素子から
放射される全電力 W

⟶ 電力密度を面積で積分

$$W = \iint_S \boldsymbol{S}(\theta,\varphi)\cdot d\boldsymbol{S} = \frac{\eta\left(I\ell\right)^2}{8\lambda^2} 2\pi \int_0^\pi \sin^3\theta \, d\theta = 40\pi^2 I^2 \left(\frac{\ell}{\lambda}\right)^2$$

$$d\boldsymbol{S} = r^2 \sin\theta \, d\theta \, d\varphi \, \boldsymbol{a}_r$$

放射電力は$\left(\frac{\ell}{\lambda}\right)^2$に比例

正規(最大値1)化された電力パターン

電界の2乗パターン

$$P_n(\theta,\varphi) = \frac{S(\theta,\varphi)}{S(\theta,\varphi)_{\max}} = \sin^2\theta$$

Problem

Poynting Vector $\boldsymbol{S} = \frac{1}{2}\mathrm{Re}\left(\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{H}^*\right) = \boldsymbol{a}_r S_r(\theta,\varphi)$ に対して

$$\boldsymbol{S} = \boldsymbol{a}_r S_r(\theta,\varphi) = \boldsymbol{a}_r \frac{A_0}{r^2} \ \mathrm{[W/m^2]}$$

$$\boldsymbol{S} = \boldsymbol{a}_r S_r(\theta,\varphi) = \boldsymbol{a}_r \frac{A_0 \sin\theta}{r^2} \ \mathrm{[W/m^2]}$$

$$\boldsymbol{S} = \boldsymbol{a}_r S_r(\theta,\varphi) = \boldsymbol{a}_r \frac{A_0 \sin^2\theta}{r^2} \ \mathrm{[W/m^2]}$$

アンテナから放射される全電力 W=？

正規化された電力パターン P=？

Answer

$$W = \iint_S S_r(\theta,\varphi)\, dS \qquad dS = r^2 \sin\theta\, d\theta\, d\varphi \qquad P_n(\theta,\varphi) = \frac{S(\theta,\varphi)}{S(\theta,\varphi)_{\max}}$$

$$W = \int_{\varphi=0}^{2\pi}\int_{\theta=0}^{\pi} \frac{A_0}{r^2} r^2 \sin\theta\, d\theta\, d\varphi = 2\pi \int_{\theta=0}^{\pi} A_0 \sin\theta\, d\theta = 4\pi A_0$$

$P_n(\theta,\varphi) = 1$ (isotropic antenna)

$$W = \int_{\varphi=0}^{2\pi}\int_{\theta=0}^{\pi} \frac{A_0 \sin\theta}{r^2} r^2 \sin\theta\, d\theta\, d\varphi = 2\pi \int_{\theta=0}^{\pi} A_0 \sin^2\theta\, d\theta = \pi^2 A_0$$

$P_n(\theta,\varphi) = \sin\theta$

$$W = \int_{\varphi=0}^{2\pi}\int_{\theta=0}^{\pi} \frac{A_0 \sin^2\theta}{r^2} r^2 \sin\theta\, d\theta\, d\varphi = 2\pi \int_{\theta=0}^{\pi} A_0 \sin^3\theta\, d\theta = \frac{8\pi}{3} A_0$$

$(t = \cos\theta)$

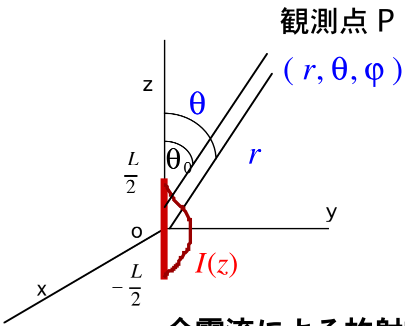
$P_n(\theta,\varphi) = \sin^2\theta$ (small dipole)

z 軸上の有限長電流による放射電界 $I(z)$

微小電流素子 $I\ell$ の結果を使う

$$E_\theta = j\frac{\eta I l}{2\lambda r} e^{-jkr} \sin\theta \qquad \boldsymbol{r}' = 0$$

($I\ell$ が原点にある場合)



$\boldsymbol{r}' \neq 0$ だから $I\ell \Rightarrow I(z)\Delta z$ 位置の関数

$$\Delta E_\theta = j\frac{\eta I(z)\Delta z}{2\lambda |\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'|} e^{-jk|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'|} \sin\theta_0$$

$|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'|$ 電流素子の点 z と観測点の距離

θ_0 z 軸上の電流素子と観測点のなす角度

全電流による放射電界は合成（重ね合わせの理）

$r >> \lambda$ では

$\sin\theta_0 \fallingdotseq \sin\theta$

$k|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'| \fallingdotseq kr - kz\cos\theta$

$\frac{1}{|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'|} \fallingdotseq \frac{1}{r}$

$$E_\theta = \lim_{\Delta z \to 0} \sum \Delta E_\theta = j\frac{\eta}{2\lambda}\int_{-L/2}^{L/2} \frac{I(z)\, e^{-jk|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'|} dz}{|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'|} \sin\theta_0$$

$$\boxed{E_\theta = j\frac{\eta \sin\theta}{2\lambda r} e^{-jkr} \int_{-L/2}^{L/2} I(z)\, e^{jkz\cos\theta}\, dz}$$

z 軸上の電流による放射電界

$$E_\theta = j\frac{\eta \sin\theta}{2\lambda r} e^{-jkr} \int_{-L/2}^{L/2} I(z)\, e^{jkz\cos\theta} dz$$

電流素子の長さ　L　　$-\frac{L}{2} < z < \frac{L}{2}$

電流分布　$I(z)$　未定（分からない）

⇩

$I(z)$ を仮定する

電流は端部で０という境界条件を考慮

$I(z) = I_0$

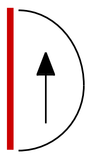
$I(z) = I_0 \exp(-j\varphi z)$

$I(z) = I_0 \cos kz$

$I(z) = I_0 \sin\left[k\left(\frac{L}{2} - |z|\right)\right]$

Dipole antenna

半波長　$L = \frac{\lambda}{2}$



電流分布　$I(z) = I_0 \cos kz$

を仮定してみる（実験結果と良く一致する）

$$E_\theta = \eta H_\varphi = j\frac{\eta \sin\theta}{2\lambda r} e^{-jkr} \int_{-\lambda/4}^{\lambda/4} I_0 \cos kz\, e^{jkz\cos\theta} dz = j\frac{\eta I_0}{2\pi r} \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}\cos\theta\right)}{\sin\theta} e^{-jkr}$$

注1　積分（次頁）

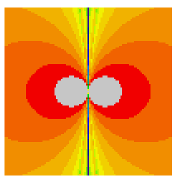
全放射電力

$$W = \iint_S S(\theta,\varphi)\, dS = \frac{1}{2} I_0^2 R_a$$

$$= 30 I_0^2 \int_0^\pi \frac{\cos^2\left(\frac{\pi}{2}\cos\theta\right)}{\sin\theta} d\theta = 36.56 I_0^2$$

Power pattern

$$P_n(\theta,\varphi) = \frac{\cos^2\left(\frac{\pi}{2}\cos\theta\right)}{\sin^2\theta}$$



放射抵抗　$R_a = \frac{2W}{I_0^2} = 73.13\ [\Omega]$　給電線路と整合している

給電線路の特性インピーダンスは

高周波では　50　$[\Omega]$

注1　積分

$$\int_{-\lambda/4}^{\lambda/4} \cos kz\, e^{jkz\cos\theta}\,dz = \frac{1}{2}\int_{-\lambda/4}^{\lambda/4}\left(e^{jkz}+e^{-jkz}\right)e^{jkz\cos\theta}\,dz$$

$$=\frac{1}{2}\int_{-\lambda/4}^{\lambda/4} e^{jk(\cos\theta+1)z}\,dz+\frac{1}{2}\int_{-\lambda/4}^{\lambda/4} e^{jk(\cos\theta-1)z}\,dz$$

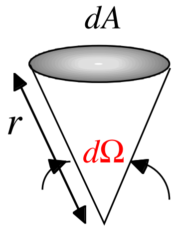
$$=\frac{1}{2}\frac{1}{jk}\frac{1}{\cos\theta+1}\left[e^{j\frac{2\pi}{\lambda}(\cos\theta+1)z}\right]_{-\lambda/4}^{\lambda/4}+\frac{1}{2}\frac{1}{jk}\frac{1}{\cos\theta-1}\left[e^{j\frac{2\pi}{\lambda}(\cos\theta-1)z}\right]_{-\lambda/4}^{\lambda/4}$$

$$=\frac{1}{k}\frac{1}{\cos\theta+1}\sin\frac{\pi}{2}(\cos\theta+1)+\frac{1}{k}\frac{1}{\cos\theta-1}\sin\frac{\pi}{2}(\cos\theta-1)$$

$$=\frac{1}{k}\frac{1}{\cos\theta+1}\cos\left(\frac{\pi}{2}\cos\theta\right)-\frac{1}{k}\frac{1}{\cos\theta-1}\cos\left(\frac{\pi}{2}\cos\theta\right)$$

$$=\frac{2}{k}\frac{1}{\sin^2\theta}\cos\left(\frac{\pi}{2}\cos\theta\right)=\frac{\lambda}{\pi}\frac{1}{\sin^2\theta}\cos\left(\frac{\pi}{2}\cos\theta\right)$$

Dipole　continued



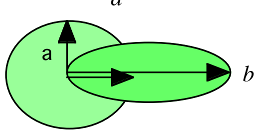
立体角　$d\Omega=\dfrac{dA}{r^2}=\sin\theta\,d\theta\,d\varphi$

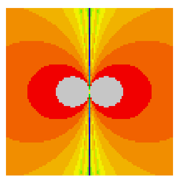
ビーム立体角　$\Omega_A=\displaystyle\iint_{4\pi}P_n(\theta,\phi)\,d\Omega$

$$=\iint_0^\pi \frac{\cos^2\left(\frac{\pi}{2}\cos\theta\right)}{\sin^2\theta}\sin\theta\,d\theta\,d\varphi=2\pi\times 1.2188$$

指向性利得　$D=\dfrac{4\pi}{\Omega_A}=\dfrac{4\pi}{2\pi\times1.2188}=1.64=2.15\ dB$　　$D\,(dB)=10\log_{10}D$

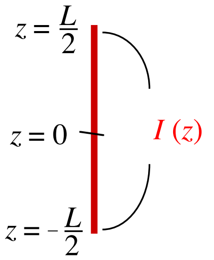
最大方向で等方性アンテナ
の電力と比べて，どの程度
大きく放射するかの尺度





基準アンテナとして用いる場合が多い

長さLの線では，端部で０となる電流分布を仮定



$$I\,(z) = I_0 \sin\left[k\left(\frac{L}{2}-z\right)\right] \quad for\ 0 \le z \le \frac{L}{2}$$

$$I\,(z) = I_0 \sin\left[k\left(\frac{L}{2}+z\right)\right] \quad for\ -\frac{L}{2} \le z \le 0$$

$$dE_\theta = \frac{jk\eta I_0}{4\pi}\frac{e^{-jkr}}{r}\sin\theta\, e^{jkz\cos\theta}\,dz \begin{cases} \sin\left[k\left(\frac{L}{2}-z\right)\right] & for\ 0 \le z \le \frac{L}{2} \\ \sin\left[k\left(\frac{L}{2}+z\right)\right] & for\ -\frac{L}{2} \le z \le 0 \end{cases}$$

電界 $$E_\theta = \int_0^{\frac{L}{2}} dE_\theta + \int_{-\frac{L}{2}}^{0} dE_\theta = j60\, I_0 \frac{e^{-jkr}}{r}\left[\frac{\cos\left(\frac{kL}{2}\cos\theta\right)-\cos\left(\frac{kL}{2}\right)}{\sin\theta}\right]$$

注2　積分

Poynting Power $$S_r\left(\theta\right) = \frac{1}{2\eta}\left|\,E_\theta\,\right|^2 = \frac{15\,I_0^2}{\pi\, r^2}\left[\frac{\cos\left(\frac{kL}{2}\cos\theta\right)-\cos\left(\frac{kL}{2}\right)}{\sin\theta}\right]^2$$

注2　積分

$$\int_{-L/2}^{L/2} \sin\left[k\left(\frac{L}{2}-|\,z\,|\right)\right] e^{\,jkz\cos\theta}\,dz$$

$$= \int_0^{L/2} \sin\left[k\left(\frac{L}{2}-z\right)\right] e^{\,jkz\cos\theta}\,dz + \int_{-L/2}^{0} \sin\left[k\left(\frac{L}{2}+z\right)\right] e^{\,jkz\cos\theta}\,dz$$

$$= \int_0^{L/2} \sin\left[k\left(\frac{L}{2}-z\right)\right] e^{\,jkz\cos\theta}\,dz + \int_0^{L/2} \sin\left[k\left(\frac{L}{2}-z\right)\right] e^{-jkz\cos\theta}\,dz$$

$$= 2\int_0^{L/2} \sin\left[k\left(\frac{L}{2}-z\right)\right] \cos\left(kz\cos\theta\right)dz$$

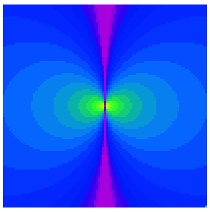
$$= \int_0^{L/2} \sin\left[k\left(\frac{L}{2}-\left(1-\cos\theta\right)z\right)\right]dz + \int_0^{L/2} \sin\left[k\left(\frac{L}{2}-\left(1+\cos\theta\right)z\right)\right]dz$$

$$= \frac{1}{k}\frac{1}{1-\cos\theta}\cos\left[k\left(\frac{L}{2}-\left(1-\cos\theta\right)z\right)\right]\Bigg|_0^{L/2} + \frac{1}{k}\frac{1}{1+\cos\theta}\cos\left[k\left(\frac{L}{2}-\left(1+\cos\theta\right)z\right)\right]\Bigg|_0^{L/2}$$

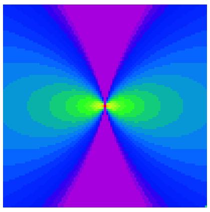
$$= \frac{1}{k}\left(\frac{1}{1-\cos\theta}+\frac{1}{1+\cos\theta}\right)\left[\cos\left(\frac{kL}{2}\cos\theta\right)-\cos\frac{kL}{2}\right]$$

$$= \frac{\lambda}{\pi\sin^2\theta}\left[\cos\left(\frac{kL}{2}\cos\theta\right)-\cos\frac{kL}{2}\right]$$

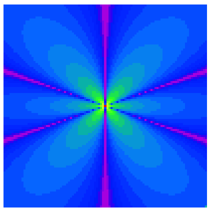
線の長さを変えたときのアンテナからの放射の様子



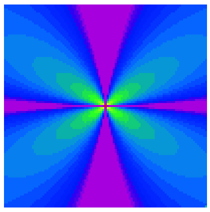
$L = \frac{\lambda}{2}$



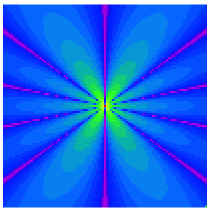
$L = \lambda$



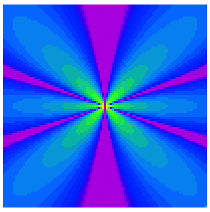
$L = \frac{3\lambda}{2}$



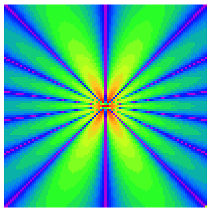
$L = 2\lambda$



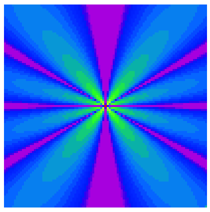
$L = \frac{5\lambda}{2}$



$L = 3\lambda$

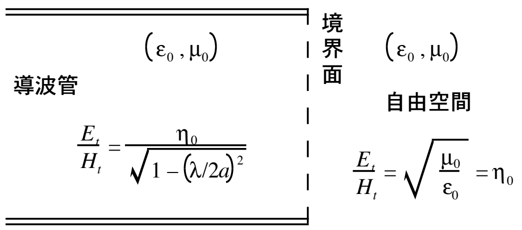


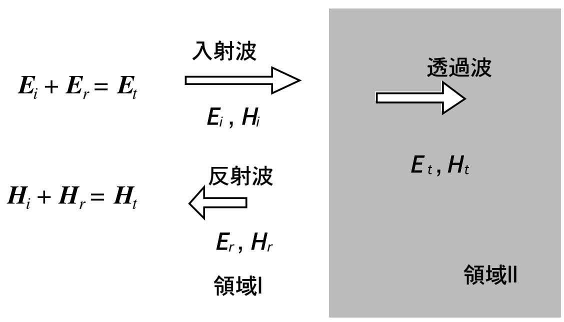
$L = \frac{7\lambda}{2}$



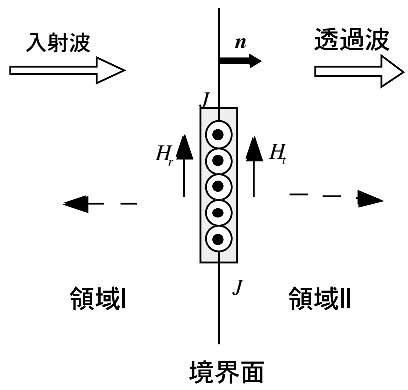
$L = 4\lambda$

開口面アンテナの扱い　　開口面に等価波源をおく考え方





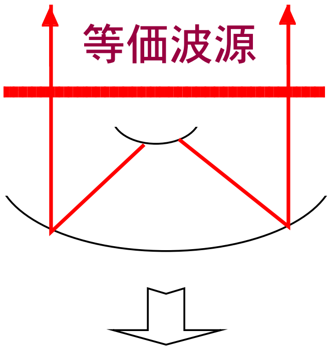
等価波源



$$\boldsymbol{J} = \boldsymbol{n} \times (\boldsymbol{H}_t - \boldsymbol{H}_r) = \boldsymbol{n} \times \boldsymbol{H}_i$$

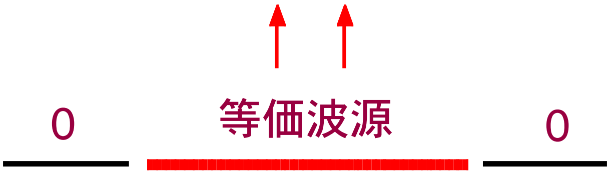
$$\boldsymbol{J}_m = -\boldsymbol{n} \times (\boldsymbol{E}_t - \boldsymbol{E}_r) = -\boldsymbol{n} \times \boldsymbol{E}_i \quad [V/m]$$

開口面アンテナ



$$\nabla \times \boldsymbol{E} + \frac{\partial(\mu \boldsymbol{H})}{\partial t} = -\boldsymbol{J}_m \quad \text{磁流}$$

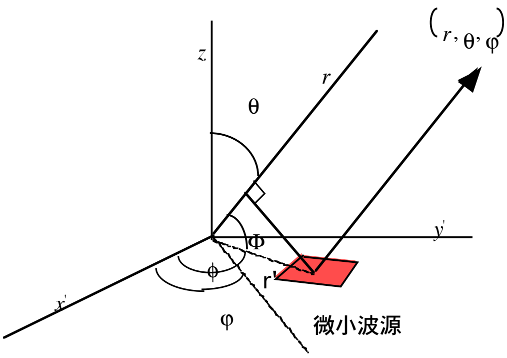
$$\nabla \times \boldsymbol{H} - \frac{\partial(\varepsilon \boldsymbol{E})}{\partial t} = \boldsymbol{J}_e \quad \text{電流}$$



$\boldsymbol{J}_{es} = \boldsymbol{n} \times \boldsymbol{H}$ $\quad$ $\boldsymbol{J}_{ms} = \boldsymbol{E} \times \boldsymbol{n}$

等価電流 等価磁流

開口面からの放射



電流 面上に電流が分布

$$\boldsymbol{A}(\boldsymbol{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \iint_S \frac{\boldsymbol{J}(\boldsymbol{r}')}{r} e^{-jk|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'|} dS$$

磁流 電流と双対な磁流を導入

$$\boldsymbol{A}_m(\boldsymbol{r}) = \frac{1}{4\pi \varepsilon_0} \iint_S \frac{\boldsymbol{J}_m(\boldsymbol{r}')}{r} e^{-jk|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'|} dS$$

同様な計算手順を踏むと

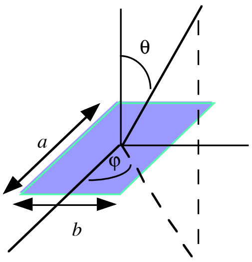
結果的に
放射電界は $\Longrightarrow$

$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}) \propto \iint_{S'} \boldsymbol{J}(\boldsymbol{r}') e^{-jk|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'|} dS'$$

$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}) \propto \iint_{S'} \boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}') e^{-jk|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'|} dS'$$

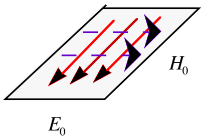
開口面の波源分布

一様な開口分布をもつ開口面アンテナからの放射



$J_x = -H_y = -H_0$

$J_{my} = -E_x = -E_0$



$$\int_{-a/2}^{a/2}\int_{-b/2}^{b/2} J_x e^{+jk\left(x'\cos\varphi + y'\sin\varphi\right)\sin\theta} dy'\, dx'$$

$$= -H_0\, a\, b\, \frac{\sin\left(\frac{\pi a}{\lambda}\cos\varphi\sin\theta\right)}{\frac{\pi a}{\lambda}\cos\varphi\sin\theta}\, \frac{\sin\left(\frac{\pi b}{\lambda}\sin\varphi\sin\theta\right)}{\frac{\pi b}{\lambda}\sin\varphi\sin\theta}$$

放射電界

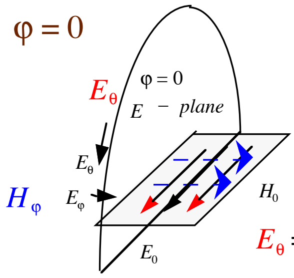
$$E_\theta = \eta\, H_\varphi = -\frac{j\eta\, a\, b}{2\lambda r} H_0\,(1+\cos\theta)\cos\varphi\, \frac{\sin X}{X}\, \frac{\sin Y}{Y}\, e^{-jkr}$$

$$E_\varphi = -\eta\, H_\theta = \frac{j\eta\, a\, b}{2\lambda r} H_0\,(1+\cos\theta)\sin\varphi\, \frac{\sin X}{X}\, \frac{\sin Y}{Y}\, e^{-jkr}$$

$X = \frac{\pi a}{\lambda}\cos\varphi\sin\theta$

$Y = \frac{\pi b}{\lambda}\sin\varphi\sin\theta$

$\varphi = 0$

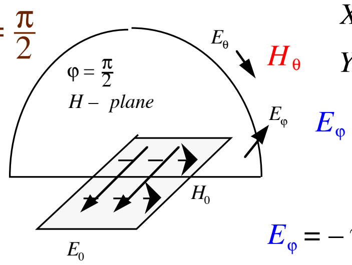


$X = \frac{\pi a}{\lambda}\sin\theta$

$Y = 0$

$E_\theta = \eta\, H_\varphi \propto \frac{\sin X}{X}$

$\varphi = \frac{\pi}{2}$

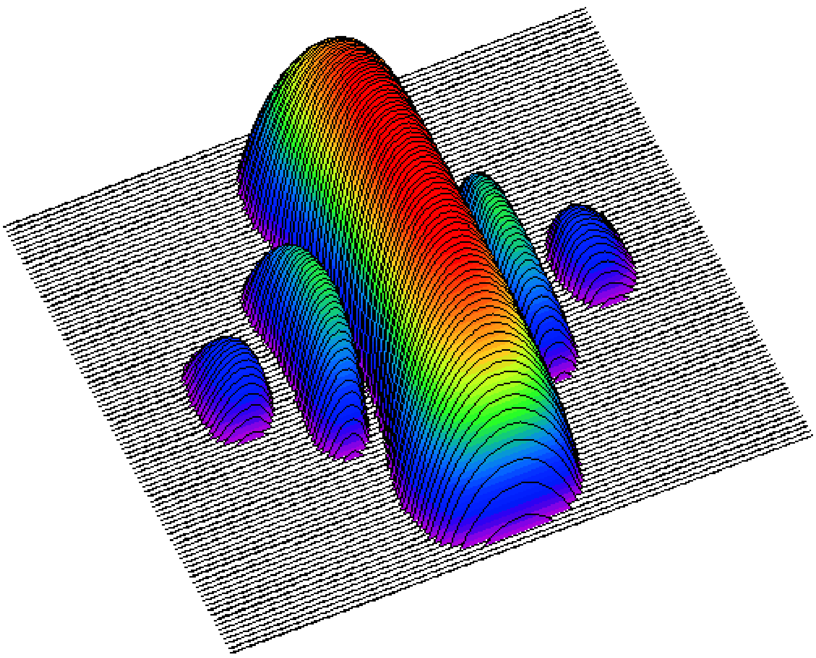


$X = 0$

$Y = \frac{\pi b}{\lambda}\sin\theta$

$E_\varphi = -\eta\, H_\theta \propto \frac{\sin Y}{Y}$

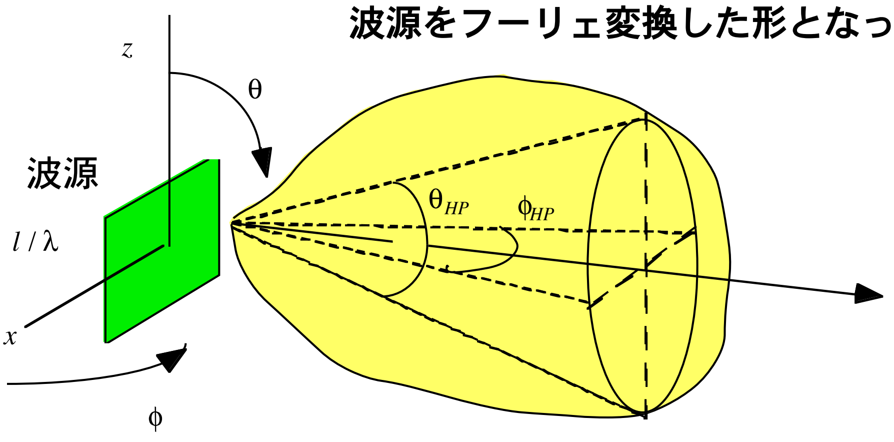
2λ ×3λ の方形導波管開口からの放射パターン例



$$E_\theta = \eta\, H_\varphi = -\frac{j\eta\, a\, b}{2\lambda r} H_0\,(1+\cos\theta)\cos\varphi\, \frac{\sin\left(\frac{\pi a}{\lambda}\cos\varphi\sin\theta\right)}{\frac{\pi a}{\lambda}\cos\varphi\sin\theta}\, \frac{\sin\left(\frac{\pi b}{\lambda}\sin\varphi\sin\theta\right)}{\frac{\pi b}{\lambda}\sin\varphi\sin\theta}\, e^{-jkr}$$

波源分布と放射パターン

波源をフーリエ変換した形となっている

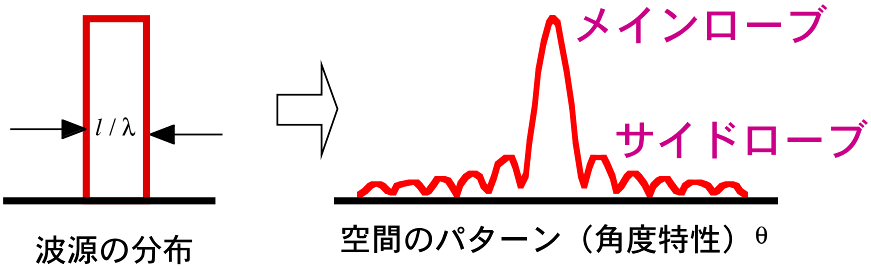


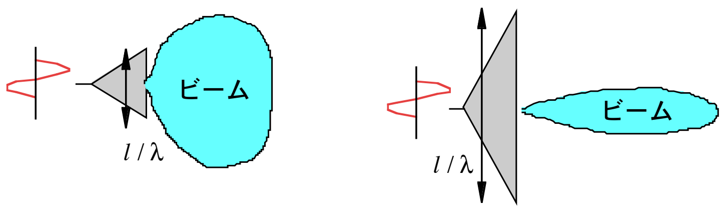
Fourier transform

線状　1 次元
面状　2 次元

Fourier 変換の関係

ビーム：アンテナから出た電波の広がり具合





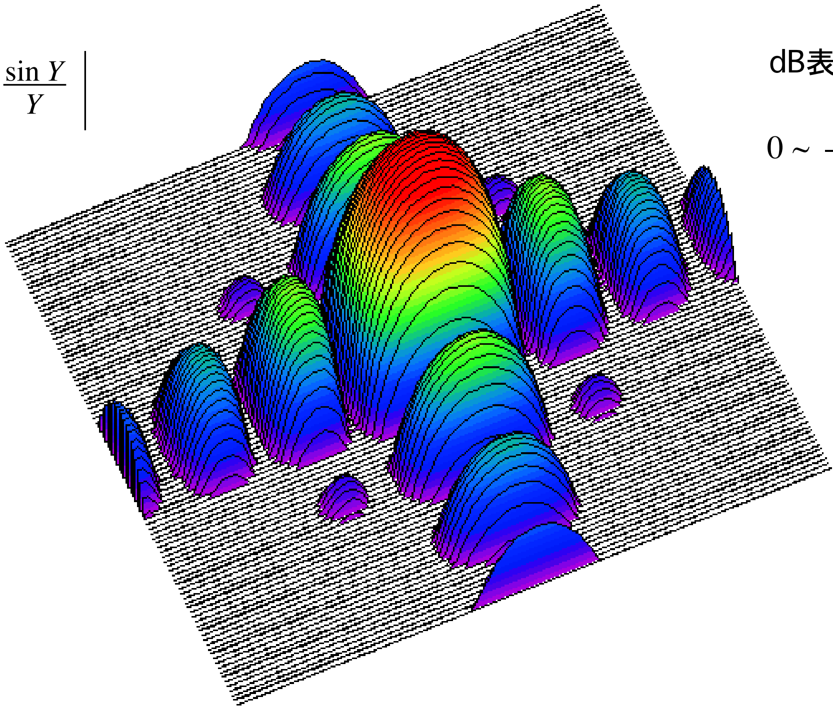
波長に比べて

小開口アンテナ　ビームが広がる

大開口アンテナ　ビームが絞られる

方形状の波源分布をフーリェ変換するとSinc関数が得られる

$$\left| \frac{\sin X}{X} \frac{\sin Y}{Y} \right|$$



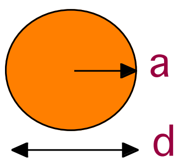
dB表示

$0 \sim -30\ dB$

円形開口アンテナの例

半径 a

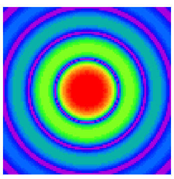
一様分布



$$\iint_S \boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}')\, e^{+jk\left(x'\cos\varphi + y'\sin\varphi\right)\sin\theta}\, dx'\, dy'$$

$$\Downarrow$$

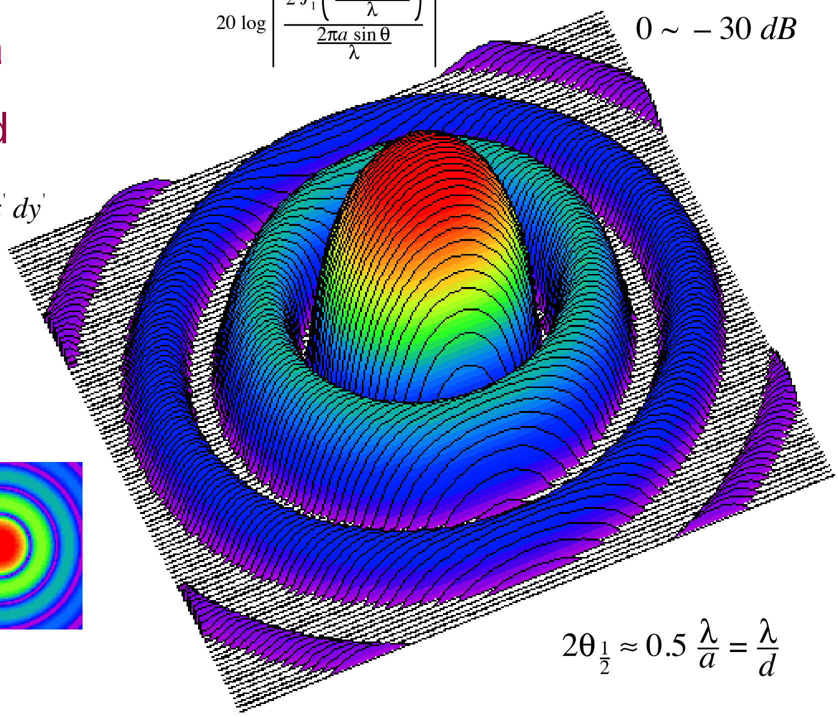
$$E \propto 2 \frac{J_1\left(\frac{2\pi a \sin\theta}{\lambda}\right)}{\frac{2\pi a \sin\theta}{\lambda}}$$



$J_1(\bullet)$ Bessel 関数

$$20 \log \left| \frac{2 J_1\left(\frac{2\pi a \sin\theta}{\lambda}\right)}{\frac{2\pi a \sin\theta}{\lambda}} \right|$$

$0 \sim -30\ dB$

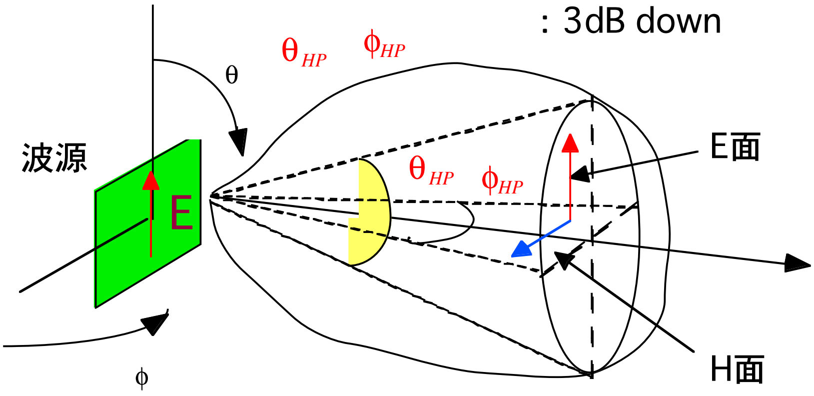


$$2\theta_{\frac{1}{2}} \approx 0.5 \frac{\lambda}{a} = \frac{\lambda}{d}$$

放射パターンのパラメータ

電力半値角　E-planeで電力が最大値の半分になる角度
：3dB down

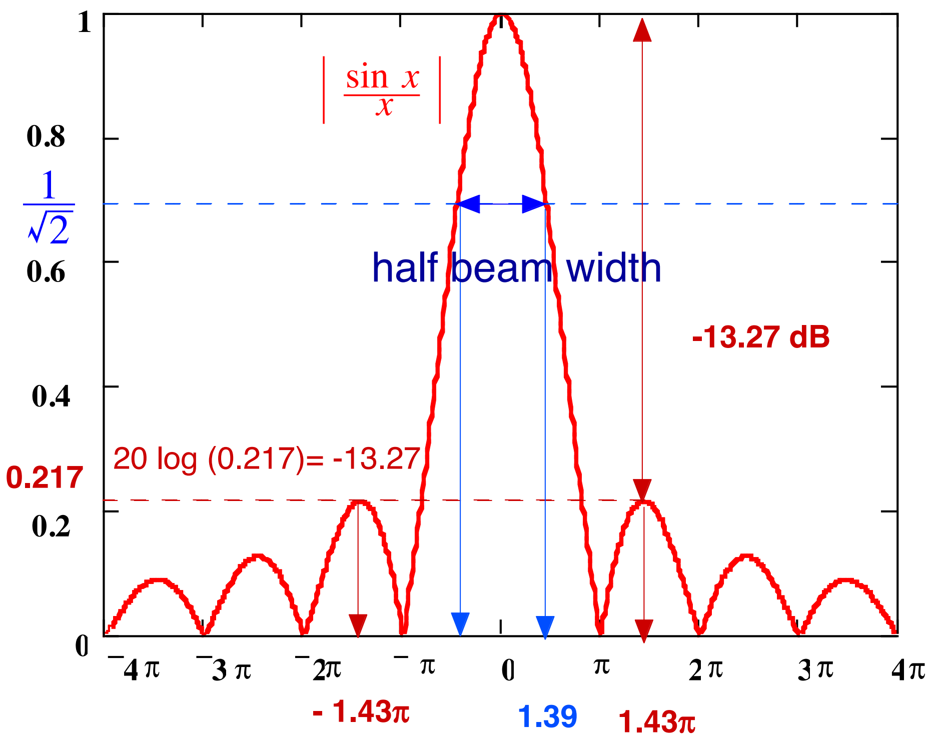
HP= Half Power



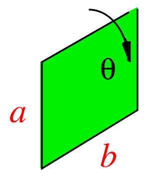
3 次元パターン

メインローブを通り、電界が主となる面（電界と平行な面）をE-plane,
磁界が主となる面をH-planeという．

電界の放射パターンから見る電力半値角とピークサイドローブレベル



アンテナの大きさとビーム幅の関係式



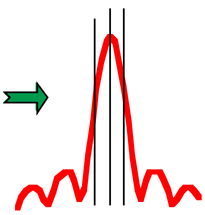
一様な開口分布をもつ開口面アンテナからの放射において

$$E_\theta = \eta H_\varphi = -\frac{j\eta a b}{2\lambda r} H_0 (1+\cos\theta)\cos\varphi \frac{\sin X}{X}\frac{\sin Y}{Y} e^{-jkr}$$

$$X = \frac{ka}{2}\sin\theta = \frac{\pi a}{\lambda}\sin\theta$$

Half power

$$\left|\frac{\sin X}{X}\right| = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

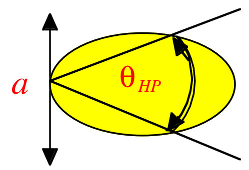


電力が半分になる角度幅は？

$$\frac{\pi a}{\lambda}\sin\frac{\theta_{HP}}{2} = 1.39 \qquad X = 1.39$$

Half beam width $\theta_{HP} = 2\sin^{-1}\left(\frac{1.39\lambda}{\pi a}\right) \approx 0.88\frac{\lambda}{a}$ rad

0.88 rad = 50.6 degree

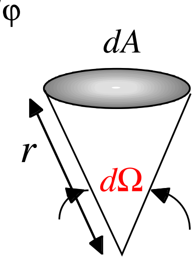


$$\boxed{\textit{Half beam width} \approx \frac{\lambda}{a} 50.6^\circ}$$

この式より大きなアンテナほど鋭いビームをもつことが分かる

指向性利得について

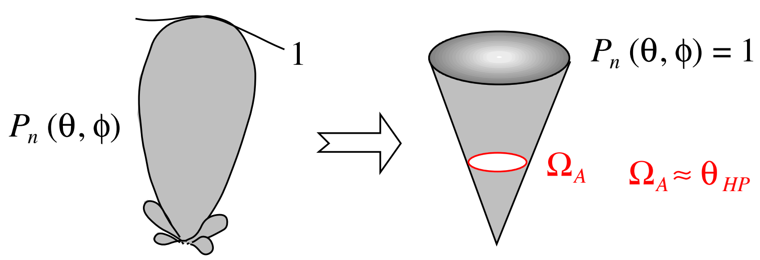
$$dA = r^2 \sin\theta\, d\theta\, d\varphi$$



立体角の定義 $d\Omega = \frac{dA}{r^2} = \sin\theta\, d\theta\, d\varphi$

全立体角 $\Omega = \iint_{4\pi} d\Omega = \iint \sin\theta\, d\theta\, d\varphi = 4\pi$

ビーム立体角 $\Omega_A = \iint_{4\pi} P_n(\theta,\phi)\, d\Omega$ 重み付き積分



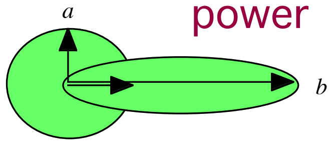
$$\Omega_A \approx \theta_{HP}\,\phi_{HP}$$

$P_n(\theta,\phi)$ Normalized power pattern 正規化電力パターン

アンテナによって放射電力が異なるため，正規化して比較する必要がある

Directivity 指向性利得

$$D = \frac{b}{a} \ \text{[dB]}$$



定義式

$$D = \frac{S(\theta,\phi)_{\max}}{S(\theta,\phi)_{average}} = \frac{S(\theta,\phi)_{\max}}{\frac{1}{4\pi}\iint_{4\pi} S(\theta,\phi)\, d\Omega} = \frac{4\pi}{\iint_{4\pi} P_n(\theta,\phi)\, d\Omega}$$

$$D = \frac{4\pi}{\Omega_A} \approx \frac{4\pi}{\theta_{HP}\ \phi_{HP}}$$

電力半値角が分かれば，近似的に指向性利得が求められる
$\theta_{HP}\ \phi_{HP}$

例

$$D = \frac{4\pi}{\Omega_A} = \frac{4\pi}{\frac{\pi\,\theta^{\circ}_{HP}}{180}\ \frac{\pi\,\phi^{\circ}_{HP}}{180}} = \frac{41253\,(\deg^2)}{\theta^{\circ}_{HP}\,\phi^{\circ}_{HP}} = \frac{41253\,(\deg^2)}{20^{\circ}\times 20^{\circ}} = 103 = 20.1\ dB$$

Problem　Poynting Vector

$$\boldsymbol{S} = \boldsymbol{a}_r S_r(\theta,\varphi) = \boldsymbol{a}_r \frac{A_0}{r^2} \ \text{[W/m}^2\text{]}$$

$$\boldsymbol{S} = \boldsymbol{a}_r S_r(\theta,\varphi) = \boldsymbol{a}_r \frac{A_0 \sin\theta}{r^2} \ \text{[W/m}^2\text{]}$$

$$\boldsymbol{S} = \boldsymbol{a}_r S_r(\theta,\varphi) = \boldsymbol{a}_r \frac{A_0 \sin^2\theta}{r^2} \ \text{[W/m}^2\text{]}$$

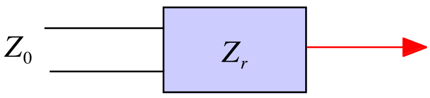
による指向性利得は？

放射効率

$$k = \frac{P_{rad}}{P_{in}} = \frac{P_{rad}}{P_{rad} + P_{loss}}$$

k : *efficiency factor* $(0 \le k \le 1)$

入射した電力が放射される比率
（高いほど良い）



$$P_{in} = P_{loss} + P_{rad}$$

P_{loss} は熱損失などアンテナで消費されるエネルギー

Antenna Gain
利得　G

$$G = k\,D \quad \text{dB}$$

実際の利得は指向性利得に
放射効率を掛けて得られる．

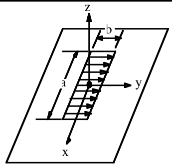
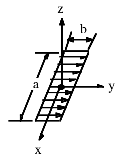
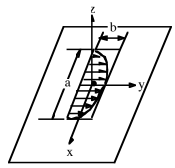
有効面積

$$A_e = \frac{\lambda^2}{\Omega_A} = \frac{\lambda^2 D}{4\pi}$$

受信アンテナとしての特性を表す指標で
アンテナ開口として動作する電気的な面積

実際の形状面積でない

方形開口アンテナからの放射　ー１ー

	Uniform Distribution Aperture on Ground Plane	**Uniform Distribution Aperture in Free-Space**	**TE_{10}-Mode Distribution Aperture on Ground Plane**
Aperture distribution of tangential components (analytical)	$\mathbf{E}_a = \hat{\mathbf{a}}_y E_0 \Big\} \begin{matrix} -a/2 \le x' \le a/2 \\ -b/2 \le y' \le b/2 \end{matrix}$	$\left. \begin{matrix} \mathbf{E}_a = \hat{\mathbf{a}}_y E_0 \\ \mathbf{H}_a = -\hat{\mathbf{a}}_x \frac{E_0}{\eta} \end{matrix} \right\} \begin{matrix} -a/2 \le x' \le a/2 \\ -b/2 \le y' \le b/2 \end{matrix}$	$\mathbf{E}_a = \hat{\mathbf{a}}_y E_0 \cos\left(\frac{\pi}{a} x'\right) \begin{matrix} -a/2 \le x' \le a/2 \\ -b/2 \le y' \le b/2 \end{matrix}$
Aperture distribution of tangential components (graphical)			
Equivalent	$\mathbf{M}_s = \begin{cases} -2\hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{E}_a & \begin{matrix} -a/2 \le x' \le a/2 \\ -b/2 \le y' \le b/2 \end{matrix} \\ \mathbf{0} & \text{elsewhere} \end{cases}$ $\mathbf{J}_s = \mathbf{0}$ everywhere	$\left. \begin{matrix} \mathbf{M}_s = -\hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{E}_a \\ \mathbf{J}_s = \hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{H}_a \end{matrix} \right\} \begin{matrix} -a/2 \le x' \le a/2 \\ -b/2 \le y' \le b/2 \end{matrix}$ $\mathbf{M}_s \simeq \mathbf{J}_s \simeq \mathbf{0}$ elsewhere	$\mathbf{M}_s = \begin{cases} -2\hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{E}_a & \begin{matrix} -a/2 \le x' \le a/2 \\ -b/2 \le y' \le b/2 \end{matrix} \\ \mathbf{0} & \text{elsewhere} \end{cases}$ $\mathbf{J}_s = \mathbf{0}$ everywhere
Far-zone fields $X = \frac{ka}{2} \sin\theta \cos\phi$ $Y = \frac{kb}{2} \sin\theta \cos\phi$ $C = j\frac{abkE_0 e^{-jkr}}{2\pi r}$	$E_r = H_r = 0$ $E_\theta = C \sin\phi \frac{\sin X}{X} \frac{\sin Y}{Y}$ $E_\phi = C \cos\theta \cos\phi \frac{\sin X}{X} \frac{\sin Y}{Y}$ $H_\phi = -E_\theta/\eta$ $H_\phi = E_\theta/\eta$	$E_r = H_r = 0$ $E_\theta = \frac{C}{2} \sin\phi (1 + \cos\theta) \frac{\sin X}{X} \frac{\sin Y}{Y}$ $E_\phi = \frac{C}{2} \cos\phi (1 + \cos\theta) \frac{\sin X}{X} \frac{\sin Y}{Y}$ $H_\phi = -E_\theta/\eta$ $H_\phi = E_\theta/\eta$	$E_r = H_r = 0$ $E_\theta = -\frac{\pi}{2} C \sin\phi \frac{\cos X}{(X)^2 - \left(\frac{\pi}{2}\right)^2} \frac{\sin Y}{Y}$ $E_\phi = -\frac{\pi}{2} C \cos\theta \cos\phi \frac{\cos X}{(X)^2 - \left(\frac{\pi}{2}\right)^2} \frac{\sin Y}{Y}$ $H_\phi = -E_\theta/\eta$ $H_\phi = E_\theta/\eta$

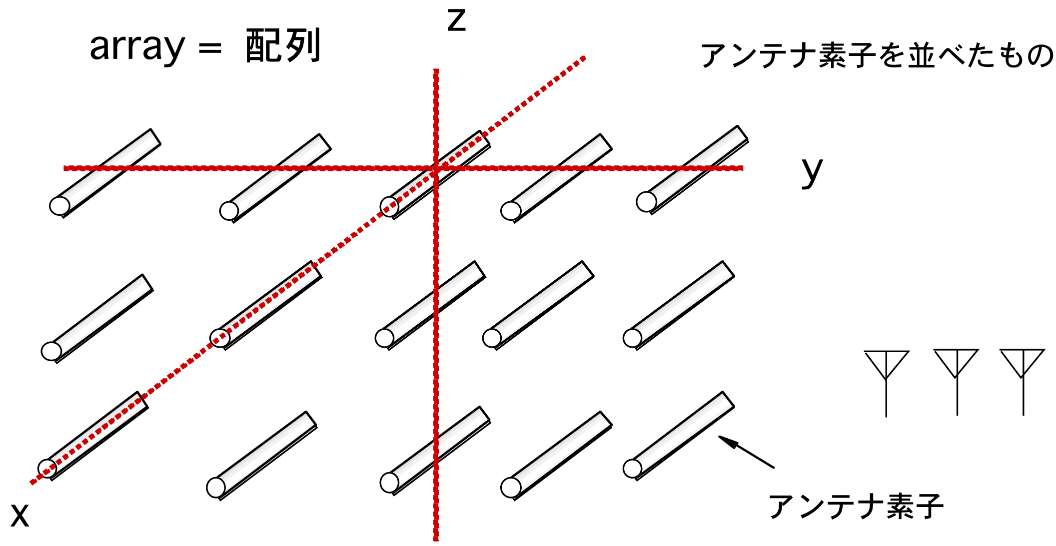
方形開口アンテナからの放射　ー２ー

Half-power beamwidth (degrees)	*E*-Plane $b \gg \lambda$	$\frac{50.6}{b/\lambda}$	$\frac{50.6}{b/\lambda}$	$\frac{50.6}{b/\lambda}$
	H-Plane $a \gg \lambda$	$\frac{50.6}{a/\lambda}$	$\frac{50.6}{a/\lambda}$	$\frac{68.8}{a/\lambda}$
First null beamwidth (degrees)	*E*-Plane $b \gg \lambda$	$\frac{114.6}{b/\lambda}$	$\frac{114.6}{b/\lambda}$	$\frac{114.6}{b/\lambda}$
	H-Plane $a \gg \lambda$	$\frac{114.6}{a/\lambda}$	$\frac{114.6}{a/\lambda}$	$\frac{171.9}{a/\lambda}$
First side lobe max. (to main max.) (dB)	*E*-Plane	-13.26	-13.26	-13.26
	H-Plane	-13.26 $a \gg \lambda$	-13.26 $a \gg \lambda$	-23 $a \gg \lambda$
Directivity D_0 (dimensionless)		$\frac{4\pi}{\lambda^2}(\text{area}) = 4\pi\left(\frac{ab}{\lambda^2}\right)$	$\frac{4\pi}{\lambda^2}(\text{area}) = 4\pi\left(\frac{ab}{\lambda^2}\right)$	$\frac{8}{\pi^2}\left[4\pi\left(\frac{ab}{\lambda^2}\right)\right] = 0.81\left[4\pi\left(\frac{ab}{\lambda^2}\right)\right]$

アレイアンテナについて

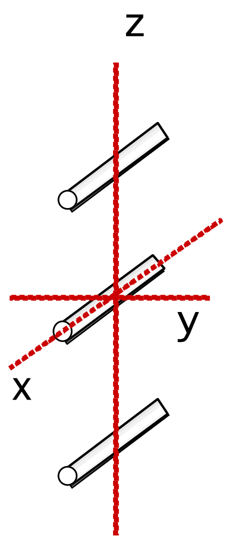
array ＝ 配列

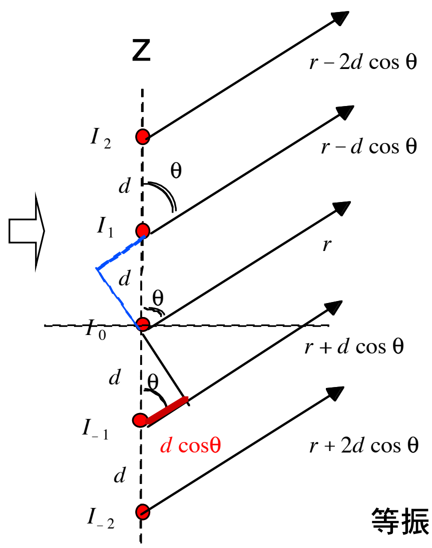
アンテナ素子を並べたもの



小型のアンテナ素子を複数並べることによって，様々な機能を持たせることができる

z 軸方向に並んだアレイの合成電界





各素子による電界

$$KI_2 \frac{e^{-jk(r-2d\cos\theta)}}{r-2d\cos\theta} \approx KI_2 \frac{e^{-jkr}}{r} e^{j2kd\cos\theta}$$

$$KI_1 \frac{e^{-jk(r-d\cos\theta)}}{r-d\cos\theta} \approx KI_1 \frac{e^{-jkr}}{r} e^{jkd\cos\theta}$$

$$KI_0 \frac{e^{-jkr}}{r}$$

$$KI_{-1} \frac{e^{-jk(r+d\cos\theta)}}{r+d\cos\theta} \approx KI_{-1} \frac{e^{-jkr}}{r} e^{-jkd\cos\theta}$$

$$KI_{-2} \frac{e^{-jk(r+2d\cos\theta)}}{r+2d\cos\theta} \approx KI_{-2} \frac{e^{-jkr}}{r} e^{-j2kd\cos\theta}$$

等振幅電流なら $I_2 = I_1 = I_0 = I_{-1} = I_{-2} \Rightarrow I$

合成電界は $$E = K\frac{Ie^{-jkr}}{r}\left[e^{j2kd\cos\theta} + e^{jkd\cos\theta} + 1 + e^{-jkd\cos\theta} + e^{-j2kd\cos\theta}\right]$$

K：定数

$kd\cos\theta$ の位相差

$kd\cos\theta$ の位相差がある ➡ $u = k\,d\cos\theta = \frac{2\pi d}{\lambda}\cos\theta$ とおく

合成電界 ➡ $E = \frac{I\,e^{-jkr}}{r}\sum_{n=-N}^{N} e^{jnu}$

$$\sum_{n=-N}^{N} e^{jnu} = \frac{e^{-jNu} - e^{ju}e^{jNu}}{1-e^{ju}} = \frac{e^{j(N+\frac{1}{2})u} - e^{-j(N+\frac{1}{2})u}}{e^{j\frac{u}{2}} - e^{-j\frac{u}{2}}} = \frac{\sin\left(N+\frac{1}{2}\right)u}{\sin\frac{u}{2}}$$

それ故，合成電界の表現式は

$$E = \frac{I\,e^{-jkr}}{r}\,\frac{\sin\left(N+\frac{1}{2}\right)u}{\sin\frac{u}{2}} \quad ➡ \quad E = \frac{I\,e^{-jkr}}{r}\times\left(Array\,Factor\right)$$

⇩ 配列による効果

素子単独の放射特性　　から成っている

配列による効果は

$$Array\,Factor = \frac{\sin\left(N+\frac{1}{2}\right)u}{\sin\frac{u}{2}}$$

にて表現可能

その最大値は $Max\,(A.F.) = \frac{\sin\left(N+\frac{1}{2}\right)u}{\sin\frac{u}{2}} \Rightarrow \frac{\sin\left(N+\frac{1}{2}\right)u}{\left(N+\frac{1}{2}\right)u}\,\frac{\frac{u}{2}}{\sin\frac{u}{2}}\,\frac{\left(N+\frac{1}{2}\right)u}{\frac{u}{2}} \Rightarrow 2N+1$　素子数に比例

$u = \frac{2\pi d}{\lambda}\cos\theta \Rightarrow 0$ $\Longrightarrow$ $\theta = \frac{\pi}{2}$ 方向で最大値をもつ

素子間隔は？　$d = \frac{\lambda}{2}$　と選べ

$d \neq \frac{\lambda}{2}$ ⇨ $u = k\,d\cos\theta$

$$Array\,Factor = \frac{\sin\left[\left(N+\frac{1}{2}\right)kd\cos\theta\right]}{\sin\left(\frac{kd}{2}\cos\theta\right)}$$

$d = \frac{\lambda}{2}$ ⇨ $u = k\,d\cos\theta = \frac{2\pi d}{\lambda}\cos\theta \Rightarrow \pi\cos\theta$

$$Array\,Factor_{d=\frac{\lambda}{2}} = \frac{\sin\left[\left(N+\frac{1}{2}\right)\pi\cos\theta\right]}{\sin\left(\frac{\pi}{2}\cos\theta\right)}$$

if　$d > \frac{\lambda}{2}$　then　$\frac{k\,d\cos\theta}{2} > \frac{\pi}{2}\cos\theta$ ⇨ there exist θ　$\sin\left(\frac{kd}{2}\cos\theta\right) = 0$ が起こる

分母が 0 $\Longrightarrow$ grating lobeの発生

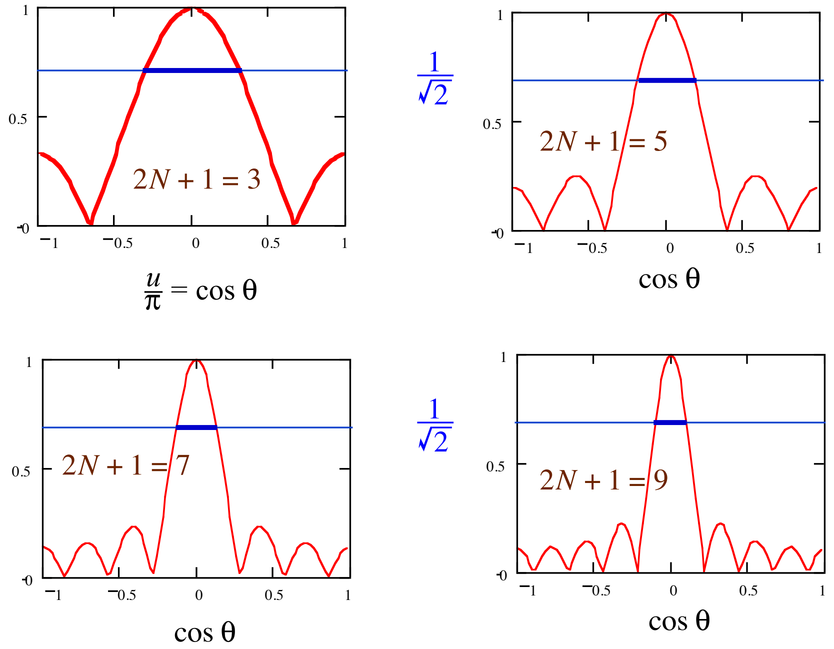
不要方向へのエネルギー放射 ⇨ 好ましくない

if　$d < \frac{\lambda}{2}$　then there arises antenna coupling

相互間素子結合が起こり，アンテナ素子の特性が変わる

⇨ 好ましくない

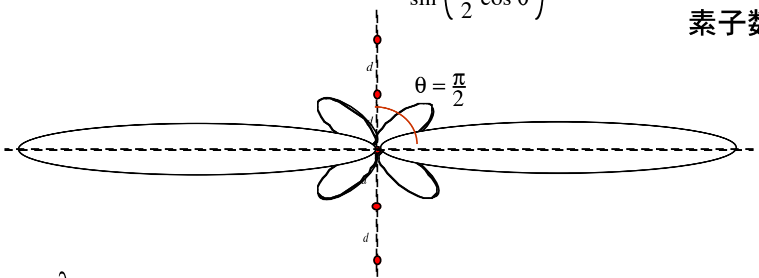
$$Normalized\ A.\ F = \frac{\sin\left(N+\frac{1}{2}\right)u}{\left(2N+1\right)\sin\frac{u}{2}}$$ の空間パターン $\quad d=\frac{\lambda}{2} \ \Rightarrow\ u=\pi\cos\theta$



素子数Nが増えるほど，鋭いビームが形成される

最大値は $\quad Max\,(A.\,F.) = \frac{\sin\left[\left(N+\frac{1}{2}\right)\pi\cos\theta\right]}{\sin\left(\frac{\pi}{2}\cos\theta\right)} \Rightarrow 2N+1$

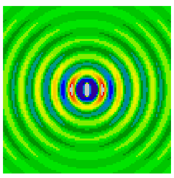
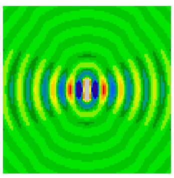
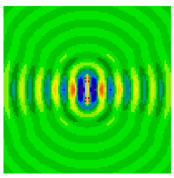
素子数に比例



$d=\frac{\lambda}{2} \quad u=\pi\cos\theta=0 \ \Longrightarrow\ \theta=\frac{\pi}{2}$ 方向にビームがでる.

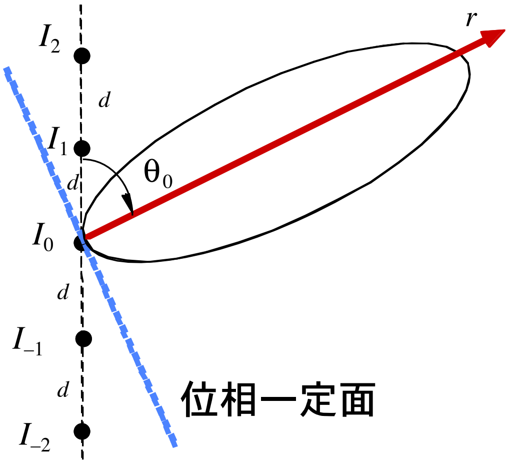
array antenna では素子数に応じて指向性利得が向上

放射電界の例

2N+1= 3 element 5 7

各素子の位相を制御



$$E = KI_0 \frac{e^{-jkr}}{r} \frac{\sin \frac{5}{2} kd \left(\cos\theta - \cos\theta_0 \right)}{\sin \frac{1}{2} kd \left(\cos\theta - \cos\theta_0 \right)}$$

宿題

５素子のアレイアンテナがある．各素子に位相

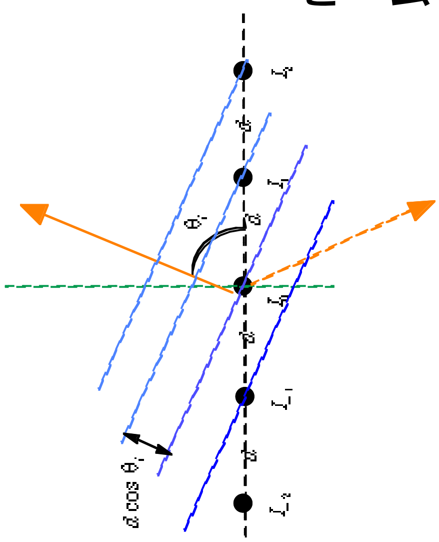
$\varphi = k \cos\theta_0$

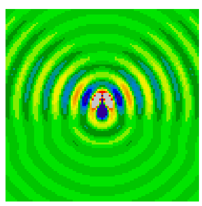
だけ変化させると素子電流は次の式になる

$I(z) = I_0 \exp (- jk \cos\theta_0 \, z)$

この場合の合成電界（放射パターン）の表現式を導出しなさい

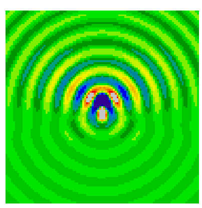
素子の振幅と位相を制御することにより，ビームの形と方向制御が可能





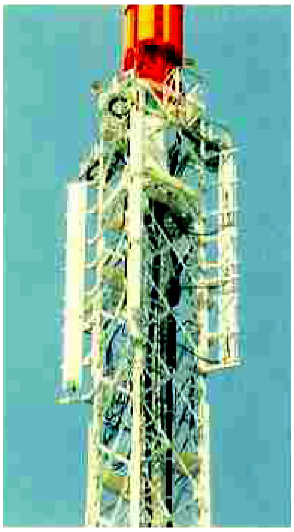
30度

位相差あり



45度

位相差あり



電気興業　提供

電気興業　提供