

以下の問題は自力で解けることが到達目標である。必ず自分の手を動かしてやってみること。電磁気学 1 の範囲で最小限必要な問題と共に、自分で回答した解が正しいかどうかを確認するために（最終的な解）のみを記している。考え方の不明な点は、テキストや教科書を復習のこと。

クーロンの法則と力に関して

1.1 クーロンの法則とは何ですか？図と式を使って説明しなさい。

（最も基本的な事柄が理解されているか？）

1.2 真空中で 1 [C] の点電荷が 2 つ存在する。間隔が 1 m , 2 m , 3 m の場合にそれぞれ働く力を求めなさい。
(各 9×10^9 , 2.25×10^9 , 10^9 [N] の斥力)

1.3 一辺の長さが 10 cm の正三角形の頂点 A, B, C にそれぞれ点電荷が 2×10^{-6} , -2×10^{-6} , $2 \times 10^{-6}\text{ [C]}$ であるとき、頂点 C の点電荷に作用する力を求めよ。
(直線 AB に平行に 3.6 [N])

1.4 2 つの同じ導体球に等量の電荷を帯電させた後、 10 cm の距離を離れたところ、 $4 \times 10^{-5}\text{ [N]}$ の力で反発しあった。導体球の電荷はいくらか？
($6.66 \times 10^{-9}\text{ [C]}$)

1.5 真空中で陽子（電荷 $e = 1.602 \times 10^{-19}\text{ [C]}$ ）と電子（電荷 $-e$ ）が 10^{-8} m 離れて存在するとき、両者間に働く力を求めよ。
($2.31 \times 10^{-12}\text{ [N]}$ の引力)

1.6 水素原子核（陽子）と電子の間の万有引力とクーロン力の比を求めなさい。ただし、万有引力係数： 6.67×10^{-11} , 陽子の質量 $= 1.67 \times 10^{-27}\text{ kg}$, 電子の質量は $9.11 \times 10^{-31}\text{ kg}$ である。
(4.4×10^{-40})

クーロンの法則による電界の計算に関して

2.1 電界の定義は何ですか？図と式を使って説明しなさい。

（最も基本的な事柄が理解されているか？）

2.2 同じ符号の点電荷 Q が距離 r を隔てて 2 つ並んでいるとき、電荷間の midpoint での電界 $\mathbf{E}$ の強さを求めなさい。
(0)

2.3 陽子から 1 cm 離れた位置における電界の強さを求めよ。
 $14.4\text{ [}\mu\text{V/m]}$

2.4 z 軸上で $z = -L/2\text{ [m]}$ から $z = L/2\text{ [m]}$ までに線電荷密度 $\rho_l\text{ [C/m]}$ で一様に分布した長さ $L\text{ [m]}$ の直線電荷について考えよう。直線電荷の中心から垂直に $\rho\text{ [m]}$ 離れた位置における電界 $\mathbf{E}$ を求めよ。また、 $L \rightarrow \infty$ とするとき、電界はどのような近似式になるか？

$$\mathbf{E} = \frac{\rho_l}{4\pi\epsilon_0\rho} \frac{L}{\sqrt{\rho^2 + L^2/4}} \mathbf{a}_\rho \text{ [V/m]}, \quad \mathbf{E} \propto \frac{\rho_l}{2\pi\epsilon_0\rho} \mathbf{a}_\rho$$

2.5 z 軸上の $z = -L/2\text{ [m]}$ から $z = L/2\text{ [m]}$ までに線電荷密度 $\rho_l\text{ [C/m]}$ で一様に分布した長さ $L\text{ [m]}$ の直線電荷について、直線電荷の中心から軸に沿って $z\text{ [m]}$ 離れた位置における電界を求めよ。ただし、

$z \geq L/2$ とする. また, $z \gg L$ とするとき, 電界は距離に対してどのように変化するか?

$$\mathbf{E} = \frac{\rho_l}{4\pi\epsilon_0} \frac{L}{z^2 - (L/2)^2} \mathbf{a}_z \text{ [V/m]}$$

- 2.6 ρ_l [C/m] の一様分布した長さ L [m] の直線電荷をつなぎ合わせ, 円に内接するように正方形のリングを作る. 円の半径が a [m] のとき, 円の中心から垂直に z [m] 離れた位置における電界を求めよ.

$$\mathbf{E} = \frac{\rho_l L}{\pi\epsilon_0} \frac{z}{(z^2 + L^2/4)(z^2 + L^2/2)^{1/2}} \mathbf{a}_z \text{ [V/m]}$$

- 2.7 半径 a [m] の円周上に線電荷密度 ρ_l [C/m] の一様な線電荷が分布している. 円周の中心軸上の点 z における電界を求めよ. また, 円周の中心での電界を求めよ. 中心軸上で電界の大きさが最大となる点を求めよ.

$$\mathbf{E} = \frac{2\pi a \rho_l}{4\pi\epsilon_0} \frac{z}{(z^2 + a^2)^{3/2}} \mathbf{a}_z = \frac{a \rho_l}{2\epsilon_0} \frac{z}{(z^2 + a^2)^{3/2}} \mathbf{a}_z \text{ [V/m]}$$

$$E_z^{\max}(z = \frac{a}{\sqrt{2}}) = \frac{\rho_l}{3\sqrt{3}\epsilon_0 a} \text{ [V/m]}$$

- 2.8 半径 a [m] の円板に面電荷密度 ρ_s [C/m²] の一様な電荷が分布している. 円板の中心軸上の点 z における電界を求めよ. この結果を使い, 半径 $a \rightarrow \infty$ とすることで, 無限平面に一様な面電荷密度が分布している場合の電界を求めよ.

$$\mathbf{E} = \frac{\rho_s}{2\epsilon_0} \left(1 - \frac{z}{\sqrt{z^2 + a^2}} \right) \mathbf{a}_z \text{ [V/m]}, \quad \mathbf{E} = \frac{\rho_s}{2\epsilon_0} \mathbf{a}_z$$

ガウスの法則による電界の計算について

- 3.1 ガウスの法則とは何を意味していますか? 式と図を使って説明しなさい.

(最も基本的な事柄が理解されているか?)

- 3.2 ガウスの法則を用いて原点にある点電荷 Q [C] によって距離 r の点に生じる電界を求めよ.

$$\mathbf{E} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \mathbf{a}_r \text{ [V/m]}$$

- 3.3 半径 a の導体球表面に面電荷密度 ρ_s [C/m²] の電荷が分布している. 球の内外で電界をガウスの法則から求めよ.

$$(r < a) \quad \mathbf{E} = \mathbf{0}, \quad (a < r) \quad \mathbf{E} = \frac{\rho_s a^2}{\epsilon_0 r^2} \mathbf{a}_r \text{ [V/m]}$$

- 3.4 半径 a の球内部に総量 Q の電荷が一様な密度 ρ_v [C/m³] で分布している. 球の内外で電界をガウスの法則から求めよ.

$$(r < a) \mathbf{E} = \frac{\rho_v r}{3 \epsilon_0} \mathbf{a}_r \text{ [V/m]} \quad , \quad (a < r) \mathbf{E} = \frac{\rho_v a^3}{3 \epsilon_0 r^2} \mathbf{a}_r \text{ [V/m]}$$

- 3.5 半径 a の球内部に総量 Q の電荷が一様な密度 ρ_v [C/m³] で分布している。その外側の半径 b ($> a$) の球面に一様な面電荷密度 ρ_s [C/m²] を分布させ、 $b < r$ の外側の電界を 0 としたい。この場合の ρ_s を求めよ。

$$\rho_s = - \frac{\rho_v a^3}{3 b^2} \text{ [C/m}^2\text{]}$$

- 3.6 内径 a の導体球表面に総量 Q の電荷が一様に分布している。その球を外殻球（内側半径 b , 外側半径 c ）が覆っている。これらの球の内外で電界をガウスの法則から求めよ。

$$(a < r < b) , (c < r) \quad \mathbf{E} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \mathbf{a}_r \text{ [V/m]} \quad , \quad \text{それ以外 } \mathbf{E} = \mathbf{0}$$

- 3.7 ρ_l [C/m] の一様分布した無限長の直線電荷による電界を求めよ。

$$\mathbf{E} = \frac{\rho_l}{2\pi\epsilon_0 \rho} \mathbf{a}_\rho \text{ [V/m]}$$

- 3.8 半径 a の無限長円柱表面に面電荷密度 ρ_s [C/m²] の電荷が分布している。円柱の内外で電界をガウスの法則から求めよ。

$$(\rho < a) \quad \mathbf{E} = \mathbf{0} \quad , \quad (a < \rho) \quad \mathbf{E} = \frac{\rho_s a}{\epsilon_0 \rho} \mathbf{a}_\rho \text{ [V/m]}$$

- 3.9 半径 a の円柱内部に総量 Q の電荷が一様な体積電荷密度 ρ_v [C/m³] で分布している。円柱の内外で電界をガウスの法則から求めよ。

$$(a < \rho) \quad \mathbf{E} = \frac{\rho_v a^2}{2\epsilon_0 \rho} \mathbf{a}_\rho \text{ [V/m]} \quad , \quad (\rho < a) \quad \mathbf{E} = \frac{\rho_v \rho}{2\epsilon_0} \mathbf{a}_\rho \text{ [V/m]}$$

- 3.10 内径 a , 外径 b の同軸線路（中心軸が同じ円柱線路）に面電荷密度がそれぞれ ρ_s [C/m²] , $-a \rho_s / b$ [C/m²] で一様に分布している。同軸線路の内外の電界を求めよ。

$$(a < \rho < b) \quad \mathbf{E} = \frac{\rho_s a}{\epsilon_0 \rho} \mathbf{a}_\rho \text{ [V/m]} \quad , \quad \text{それ以外 } \mathbf{E} = \mathbf{0}$$

- 3.11 ガウスの法則を利用して面電荷密度 ρ_s [C/m²] で無限平面上に分布した面電荷による電界を求めよ。

$$(z > 0) \quad \mathbf{E} = \frac{\rho_s}{2 \epsilon_0} \mathbf{a}_z \text{ [V/m]} \quad , \quad (z < 0) \quad \mathbf{E} = -\frac{\rho_s}{2 \epsilon_0} \mathbf{a}_z \text{ [V/m]}$$

- 3.12 ガウスの法則を利用して、 $z = \frac{d}{2}$ 面に面電荷密度 ρ_s [C/m²] の電荷が、 $z = -\frac{d}{2}$ の面に $-\rho_s$ [C/m²] の電荷が一様に分布しているとき、電界を求めよ。

$$-\frac{d}{2} < z < \frac{d}{2} \text{ のとき } \mathbf{E} = -\frac{\rho_s}{\epsilon_0} \mathbf{a}_z \text{ [V/m]} \quad , \quad \text{それ以外は } \mathbf{E} = \mathbf{0}$$

- 3.13 ガウスの法則を利用して、 $z = \frac{d}{2}$ 面と $z = -\frac{d}{2}$ の面の間に体積電荷密度 ρ_v [C/m³] の電荷が一様に分布しているとき、電界を求めよ。

$$-\frac{d}{2} < z < \frac{d}{2} \text{ のとき } \mathbf{E} = \frac{\rho_v z}{\epsilon_0} \mathbf{a}_z \text{ [V/m]} \quad , \quad z > \frac{d}{2} \text{ のとき } \mathbf{E} = \frac{\rho_v d}{2\epsilon_0} \mathbf{a}_z \text{ [V/m]}$$

$$-\frac{d}{2} > z \text{ のとき, } \mathbf{E} = -\frac{\rho_v d}{2\epsilon_0} \mathbf{a}_z \text{ [V/m]}$$

3.14 半径 a の球がある。この球に以下のような点対称な体積電荷密度分布 $\rho_v(r)$ [C/m³] を与えた。このとき、半径 r の球内部の電荷を求めよ。

$$\rho_v(r) = \begin{cases} \rho_0 \left(1 - \frac{r}{a}\right) & (0 < r < a) \\ 0 & (a < r) \end{cases} \quad Q = \begin{cases} 4\pi \rho_0 \left(\frac{r^3}{3} - \frac{r^4}{4a}\right) & (0 < r < a) \\ \frac{\pi \rho_0}{3} a^3 & (a < r) \end{cases}$$

3.15 半径 a の球がある。この球に以下のような点対称な体積電荷密度分布 $\rho_v(r)$ [C/m³] を与えた。このとき、ガウスの法則を用いて球内外の電界を求めよ。

$$\rho_v(r) = \begin{cases} \rho_0 \left(1 - \frac{r}{a}\right) & (0 < r < a) \\ 0 & (a < r) \end{cases}$$

なお、球座標系で r 方向のみの発散の式は $\nabla \cdot \mathbf{D} = \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} (r^2 D_r)$ で与えられる。

$$(0 < r < a) \quad \mathbf{E} = \frac{\rho_0}{\epsilon_0} \left(\frac{r}{3} - \frac{r^2}{4a} \right) \mathbf{a}_r, \quad (a < r) \quad \mathbf{E} = \frac{\rho_0}{12\epsilon_0} \frac{a^3}{r^2} \mathbf{a}_r$$

3.16 半径 a の球内に電荷が $\rho_v(r) = b r^2$ で分布している。ガウスの法則を用いて球内外の電界を求めよ。

$$(0 < r < a) \quad \mathbf{E} = \frac{b}{5\epsilon_0} r^3 \mathbf{a}_r, \quad (a < r) \quad \mathbf{E} = \frac{b}{5\epsilon_0} \frac{a^5}{r^2} \mathbf{a}_r$$

3.17 円筒座標系で電束密度が次のように与えられている。

$$D_\rho = \begin{cases} 1 & (\rho < a) \\ \frac{a}{\rho} & (a < \rho) \end{cases} \quad \rho \neq 0, \rho \neq a \text{ で } \nabla \cdot \mathbf{D} \text{ を求めよ。}$$

ただし、円筒座標系で半径方向のみの発散は $\nabla \cdot \mathbf{D} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} (\rho D_\rho)$ で与えられる。

次に、半径 ρ 、 z 方向の長さ L の円筒領域（茶筒）に囲まれた体積内の電荷量を求めよ。

電位に関して

4.1 電位とは何を意味しているか？式を使って説明しなさい。

（最も基本的な事柄が理解されているか？）

4.2 絶対電位と相対電位（電位差）の違いを述べなさい。

4.3 原点にある点電荷 Q によって距離の点に生じる電位を求めなさい。

$$V = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r}$$

4.4 z 軸上で一様に分布した線電荷密度 ρ_l [C/m] からなる無限長の直線電荷から垂直に ρ [m] 離れた位置における電位 V を求めよ。ただし、電位が 0 となる基準面を $\rho = a$ の円筒面とする。

$$V = \frac{\rho_l}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{a}{\rho} \quad [\text{V}]$$

- 4.5 半径 a の円周上に線電荷密度 ρ_l [C/m] の一様線電荷が分布している。円周の中心軸上の高さ z における電位 V を求めよ。ただし、電位が 0 となる基準点を無限遠点とする。

$$V = \frac{\rho_l}{2\epsilon_0} \frac{a}{\sqrt{z^2 + a^2}} \quad [\text{V}]$$

- 4.6 無限長の円筒面の側面に面電荷密度 ρ_s [C/m²] で一様に電荷が分布している。この円筒面の半径を a としたとき、円筒軸から距離 ρ の位置における電位 V を求めよ。ここで電位が 0 となる基準面を $\rho = b$ ($> a$) の円筒面とする。(なお、電位は連続性を考慮して遠方側から求めること)

$$V = \frac{\rho_s a}{\epsilon_0} \ln \frac{b}{a} \quad (\rho < a), \quad V = \frac{\rho_s a}{\epsilon_0} \ln \frac{b}{\rho} \quad (a < \rho)$$

- 4.7 半径 a の円柱内部に一様な体積電荷密度 ρ_v [C/m³] で電荷が分布している。円柱の内外で電位を求めよ。ただし、電位が 0 となる基準面を $\rho = b$ ($> a$) の円筒面とする。

$$V = \frac{\rho_s a}{\epsilon_0} \ln \frac{b}{a} \quad (\rho < a), \quad V = \frac{\rho_s a}{\epsilon_0} \ln \frac{b}{\rho} \quad (a < \rho)$$

- 4.8 半径 a の球面上に面電荷密度 ρ_s [C/m²] で一様に電荷が分布している。球面の中心からの位置における電位 V を求めよ。電位が 0 となる基準面を無限遠とする。

$$V = \frac{\rho_s a}{\epsilon_0} \quad (r < a), \quad V = \frac{\rho_s a^2}{\epsilon_0} \frac{1}{r} \quad (a < r)$$

- 4.9 半径 a の球内部に一様な体積電荷密度 ρ_v [C/m³] で電荷が分布している。球の内外で電位を求めよ。電位が 0 となる基準面を無限遠とする。

$$V = \frac{\rho_v}{2\epsilon_0} \left(a^2 - \frac{r^2}{3} \right) \quad (r < a), \quad V = \frac{\rho_v a^3}{3\epsilon_0} \frac{1}{r} \quad (a < r)$$

- 4.10 静電界はスカラーポテンシャルを用いて次のように表せることを示しなさい。 $\mathbf{E} = -\nabla V$

- 4.11 球座標系で電位 (ポテンシャル) が次のように与えられるとき、電界の表現式を求めなさい。

$$V = A \frac{\cos \theta}{r^2} + B \frac{1}{r} \quad E_r = 2A \frac{\cos \theta}{r^3} + \frac{B}{r^2}, \quad E_\theta = A \frac{\sin \theta}{r^3}$$

- 4.12 静電界 $\mathbf{E}$ がスカラーポテンシャル V によって $\mathbf{E} = -\nabla V$ で表されるとき、

$$\oint_C \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = 0 \quad \text{及び} \quad \oint_a^b \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} \text{ は積分路に無関係なことを示しなさい。}$$

- 4.13 距離 d だけ離れた正負の電荷 Q の組を電気双極子という。 $z = -\frac{d}{2}$ に $-Q$, $z = \frac{d}{2}$ に Q が並んだ電気双極子の作る電位と電界を求めなさい。ただし、観測点では $d \ll r$ とする。

$$V(r, \theta) \approx \frac{qd}{4\pi\epsilon_0 r^2} \cos \theta \quad \mathbf{E} = \frac{qd}{2\pi\epsilon_0 r^3} \cos \theta \mathbf{a}_r + \frac{qd}{4\pi\epsilon_0 r^3} \sin \theta \mathbf{a}_\theta$$

ポアソンとラプラスの方程式について

(境界条件：ポテンシャル，電束密度の法線成分の連続性)

- 5.1 電位（ポテンシャル）
- V
- の満たすべき微分方程式を導きなさい。

$$\nabla^2 V = -\frac{\rho}{\epsilon_0}$$

- 5.2 点電荷によってできる電位分布
- $V = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r}$
- は
- $r=0$
- を除いた点でラプラスの方程式を満たすことを示しなさい。

- 5.3
- $V = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r} \exp\left(-\frac{r}{a}\right)$
- により表される電位分布を作るためには，電荷密度はどのような分布でなくてはならないか？

$$\rho = -\frac{q}{4\pi a^2 r} \exp\left(-\frac{r}{a}\right)$$

- 5.4 半径
- a
- の円柱内部に単位長当たり総量
- Q
- の電荷が，一様な体積密度で分布している．円柱の内外で電位をポアソンとラプラスの方程式を解いて求めよ。

$$V(\rho < a) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(1 - \frac{\rho^2}{a^2}\right) - \frac{Q}{2\pi\epsilon_0} \ln a \quad V(a < \rho) = -\frac{Q}{2\pi\epsilon_0} \ln \rho$$

- 5.5 半径
- a
- の球内部に総量
- Q
- の電荷が一様な体積電荷密度
- ρ_v
- [
- C/m^3
-] で分布している．球の内外で電位をポアソンとラプラスの方程式を解いて求めよ．電位の基準面を無点遠点とする。

$$V = \frac{\rho_v}{2\epsilon_0} \left(a^2 - \frac{r^2}{3}\right) \quad (r < a) \quad , \quad V = \frac{\rho_v a^3}{3\epsilon_0} \frac{1}{r} \quad (a < r)$$

静電エネルギーに関して

- 6.1 半径
- a
- の球殻が電荷
- Q
- をもっている．その電荷による全空間にわたる静電エネルギーを求めなさい．また，半径
- a
- から半径
- r
- までに蓄えられるエネルギー
- W_r
- と全体のエネルギー
- W_0
- の比を
- $\frac{r}{a}$
- の関数として図示しなさい。

$$\frac{Q^2}{8\pi\epsilon_0 a}$$

- 6.2 一様な体積電荷密度
- ρ_v
- [
- C/m^3
-] をもつ半径
- a
- の球による静電エネルギーを求めなさい。

$$\frac{4\pi \rho_v^2 a^5}{15 \epsilon_0}$$

- 6.3 内径
- a
- の導体球に電荷
- Q
- が一様に帯電している．それを取り囲む外径
- b
- の同心球導体との間に蓄えられる静電エネルギーを求めなさい．ただし，間隙の誘電率は
- ϵ_0
- とする。

$$\frac{Q^2}{8\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right)$$

- 6.4 内径
- a
- の円筒導体に単位長当たり電荷
- Q
- が一様に帯電している．それを取り囲む外径
- b
- の同心円筒導体との間に蓄えられる静電エネルギーを求めなさい．ただし，間隙の誘電率は
- ϵ_0
- とする。

$$\frac{Q^2}{4\pi\epsilon_0} \ln \frac{b}{a}$$

導体に関して

- 7.1 導体と自由空間の境界における条件として、導体表面の面電荷密度は電束密度の法線成分に等しいことを示しなさい。
- 7.2 導体表面において、電界の接線成分は0であることを示しなさい。
- 7.3 同じ中心をもつ半径 a の導体球と内径 b 、外径 c の導体球殻に帯電している電荷をそれぞれ Q_1 、 Q_2 とする。ただし、 $a < b < c$ である。次の場合について導体間と外部空間の電界、および各導体の電位を求めなさい。

(a) $Q_1 = Q, Q_2 = 0$

(b) $Q_1 = 0, Q_2 = Q$

(c) $Q_1 = Q, Q_2 = -Q$

導体間の電界を E_1 、外部を E_2 、内部導体の電位を V_1 、外部の電位を V_2 とすると

(a)
$$E_1 = E_2 = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \mathbf{a}_r \quad V_1 = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right) \quad V_2 = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 c}$$

(b)
$$E_1 = \mathbf{0} \quad E_2 = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \mathbf{a}_r \quad V_1 = V_2 = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 c}$$

(c)
$$E_1 = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \mathbf{a}_r \quad E_2 = \mathbf{0} \quad V_1 = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right) \quad V_2 = 0$$

- 7.4 無限導体平面 ($z=0$) から高さ h の点 ($x=y=0, z=h$) に点電荷 Q をおく。影像法を利用して導体表面における電界を求めよ。また、導体平面に誘導される全電荷を求めよ。

$$\mathbf{E}_n = \frac{-Qh}{2\pi\epsilon_0 (x^2 + y^2 + h^2)^{3/2}} \mathbf{a}_z \quad -Q$$

電流と抵抗に関して

- 8.1 電荷保存の法則とは何を意味していますか？式を図を使って説明しなさい。
(最も基本的な事柄が理解されているか？)
- 8.2 断面積 S 、長さ L の導電率 σ [S/m] の棒状媒質に一様な電界が印加されている。 L にわたっての電圧を V 、流れる全電流を I として、抵抗の値を求めなさい。
- 8.3 導電率 σ [S/m]、誘電率 ϵ [F/m] をもつ媒質の中に電荷 Q を置いたとき、電荷密度の分布は時間と共にどのように変化するか？微分方程式を作り、指数関数的に変化することを示しなさい。

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\sigma}{\epsilon} \rho = 0 \quad \rho = \rho_0 \exp \left[-\frac{\sigma}{\epsilon} t \right]$$

- 8.4 2つの導体の間に導電率 σ [S/m]、誘電率 ϵ [F/m] をもつ媒質が満たされている。この媒質内の電界を E とするとき、静電容量 C と抵抗 R はどのように定義されるか？また、 $CR = \epsilon / \sigma$ の関係を示しなさい。

い.

- 8.5 上の問題の結果から、同一の電極構造に対して C が計算できれば、抵抗 R は簡単に求めることができる。これを利用して、内導体半径 a 、外導体半径 b の同心球導体の間に導電率 σ [S/m] を満たしたときの導体間の抵抗を求めよ。

$$R = \frac{1}{4\pi\sigma} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right)$$

- 8.6 上の問題と同様に、内導体半径 a 、外導体半径 b の同心円筒導体の間に導電率 σ [S/m] を満たしたときの単位長さ当たりの導体間の抵抗を求めよ。

$$R = \frac{1}{2\pi\sigma} \ln \frac{b}{a}$$

誘電体の境界条件に関して

- 9.1 誘電体境界面における境界条件で、面電荷が無い場合に電束密度の法線成分は等しくなることを示しなさい。
- 9.2 誘電体境界面における境界条件で、電束密度の法線成分の不連続分は面電荷密度に等しいことを示しなさい。
- 9.3 誘電体境界面において、電界の接線成分は等しいことを示しなさい。
- 9.4 ϵ_1 と ϵ_2 の誘電率をもつ誘電体の境界に ϵ_2 側から入射角 θ_2 で電束密度ベクトルが向かっている。透過角 θ_1 の表現式を示しなさい。
- 9.5 電気力線が自由空間 ($\epsilon_1 = \epsilon_0$) から入射角 $\theta_1 = 45^\circ$ で誘電体平面に入っているとき、誘電体内の屈折角 θ_2 を求めよ。ただし、誘電体の誘電率を $\epsilon_2 = \sqrt{3} \epsilon_0$ とする。
- 9.6 誘電体板に外部から垂直に電界 $\mathbf{E}_0$ を印加した。誘電体の比誘電率を $\epsilon_r = 2$ としたとき、誘電体内部の電界を求めよ。

$$\frac{E_0}{2}$$

静電容量に関して

- 10.1 電界 $\mathbf{E}$ を使った静電容量の定義式を書きなさい。（最も基本的な事柄が理解されているか？）
- 10.2 内径 a の導体球表面に総量 Q の電荷が一様に分布している。その球を外殻球（内側半径 b 、外側半径 c ）が覆っている。内導体と外導体の間の静電容量を求めなさい。
- 10.3 半径 a の孤立導体球の静電容量を求めなさい。
- 10.4 内径 a 、外径 b の同心球で囲まれた領域に、その中心から半径 c ($a < c < b$) の球面を境にして、その内側を比誘電率 ϵ_{r1} 、外側を比誘電率 ϵ_{r2} の誘電体で満たしたとき、静電容量を求めよ。

$$C = \frac{4\pi\epsilon_0}{\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right)} \text{ [F]}$$

$$C = 4\pi\epsilon_0 a \text{ [F]}$$

$$C = \frac{4 \pi \epsilon_0}{\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{c}\right) \frac{1}{\epsilon_{r1}} + \left(\frac{1}{c} - \frac{1}{b}\right) \frac{1}{\epsilon_{r2}}} \text{ [F]}$$

10.5 内径 a ，外径 b の同心球で囲まれた領域に，中心を含む平面を境にして半分ずつ別の誘電体（比誘電率 ϵ_{r1} と比誘電率 ϵ_{r2} ）で満たしたとき，静電容量を求めよ．

$$C = \frac{2 \pi \epsilon_0 (\epsilon_{r1} + \epsilon_{r2})}{\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right)} = C_0 \frac{(\epsilon_{r1} + \epsilon_{r2})}{2} \text{ [F]}$$

10.6 同軸線路（内径 a ，外径 b ）の単位長さ当たりの静電容量を求めなさい．

$$C = \frac{2 \pi \epsilon_0}{\ln \frac{b}{a}} \text{ [F]}$$

10.7 内径 a ，外径 b の同軸線路中に，その中心軸から半径 c ($a < c < b$) の円筒面を境にして，その内側を比誘電率 ϵ_{r1} ，外側を比誘電率 ϵ_{r2} の誘電体で満たしたとき，単位長さ当たりの静電容量を求めよ．

$$C = \frac{2 \pi \epsilon_0}{\frac{1}{\epsilon_{r1}} \ln \frac{c}{a} + \frac{1}{\epsilon_{r2}} \ln \frac{b}{c}} \text{ [F]}$$

10.8 内径 a ，外径 b の同軸線路中に，中心軸を含む平面を境にして半分ずつ別の誘電体（比誘電率 ϵ_{r1} と比誘電率 ϵ_{r2} ）で満たしたとき，単位長さ当たりの静電容量を求めよ．

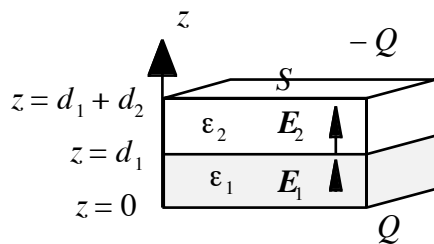
$$C = \frac{\pi \epsilon_0 (\epsilon_{r1} + \epsilon_{r2})}{\ln \frac{b}{a}} = C_0 \frac{(\epsilon_{r1} + \epsilon_{r2})}{2} \text{ [F]}$$

10.9 半径 a をもつ 2 つの導線間（間隔 d ）の静電容量を求めなさい．

$$C = \frac{\pi \epsilon_0}{\ln \frac{d+a}{a}} \text{ [F]}$$

10.10 面積 S をもつ平行平板コンデンサーの静電容量を求めなさい．

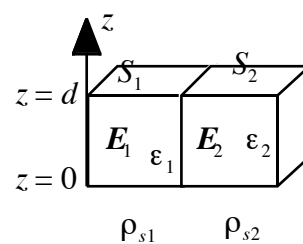
10.11 下左図のように 2 層の誘電体で満たされた平行平板コンデンサの静電容量を求めなさい．



$$\epsilon_1 = \epsilon_0 \epsilon_{r1}$$

$$\epsilon_2 = \epsilon_0 \epsilon_{r2}$$

$$C = \frac{\epsilon_0 S}{\frac{d_1}{\epsilon_{r1}} + \frac{d_2}{\epsilon_{r2}}} \text{ [F]}$$



$$\rho_{s1}$$

$$\rho_{s2}$$

$$C = \frac{\epsilon_0 (\epsilon_{r1} S_1 + \epsilon_{r2} S_2)}{d}$$

10.12 上右図のように 2 つの誘電体で満たされた平行平板コンデンサの静電容量を求めなさい．