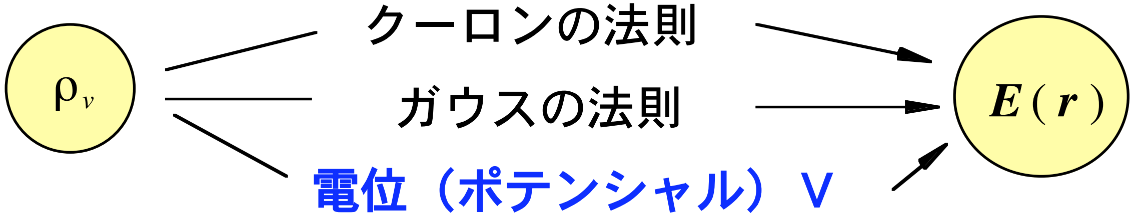
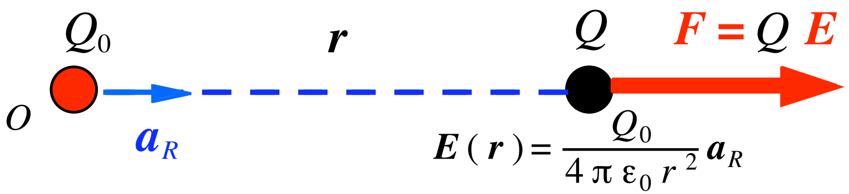
電位・ポテンシャル



電界を求める第３の方法

テスト電荷 Q を電界に逆らって動かす



クーロン力

$\boldsymbol{E}$ ：Q_0 による電界

Q による電界ではない

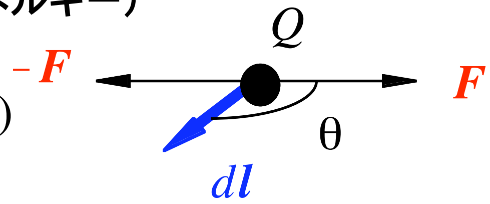
クーロン力に逆らって微小距離 dl だけ動かす

ために必要な仕事（エネルギー）

$$\Delta W = (\ force) \cdot (distance)$$

内積

$$\Delta W = -\boldsymbol{F} \cdot d\boldsymbol{l}$$



$$\Delta W = -\boldsymbol{F} \cdot d\boldsymbol{l} = -Q\,\boldsymbol{E} \cdot d\boldsymbol{l} = -Q\,E\,dl\cos\theta$$

－の符号は　外部ソースがＱを動かすため

（外部ソースの仕事）

内積

スカラー量

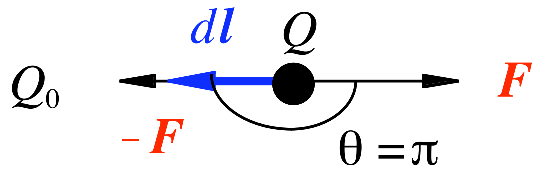
微小な仕事量について

外部から力を加えて動かす

$$\Delta W = -\boldsymbol{F}\cdot \boldsymbol{dl} = -F\,dl\cos\theta$$

$\boldsymbol{dl}$の方向は任意に決められる

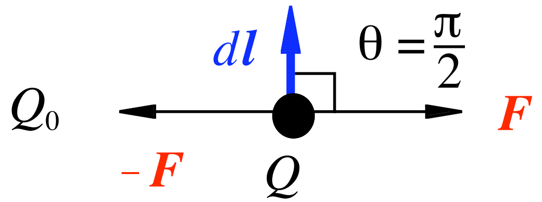
外部ソースがQを動かすためになす仕事



Q_0 に近づける

$$-\boldsymbol{F}\cdot\boldsymbol{dl} = -F\,dl\cos\pi = F\,dl > 0$$ 仕事量は正

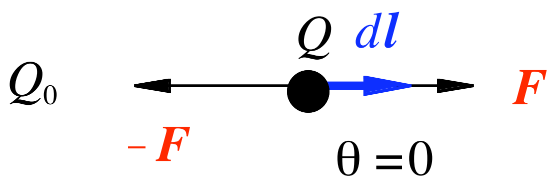
外部から正のエネルギーの供給が必要



Q_0 と等距離を保つ

$$-\boldsymbol{F}\cdot\boldsymbol{dl} = -F\,dl\cos\frac{\pi}{2} = 0$$ 仕事をしない

エネルギーはいらない



Q_0 から離す

$$-\boldsymbol{F}\cdot\boldsymbol{dl} = -F\,dl\cos 0 = -F\,dl < 0$$ 仕事量は負

外部がエネルギーをもらう

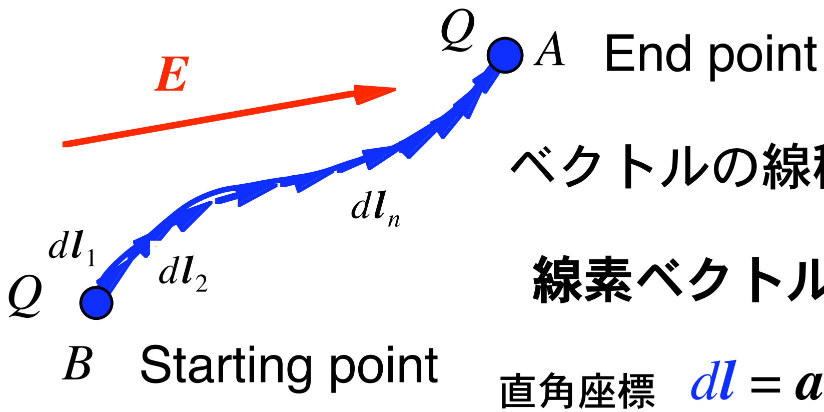
Q を有限な距離だけ動かすために必要な仕事（エネルギー）

点Ｂから点Aまで　　微小な仕事の積分

$$W = \int dW = -\int_{starting\ point}^{end\ point} \boldsymbol{F}\cdot d\boldsymbol{l} = -Q\int_B^A \boldsymbol{E}\cdot d\boldsymbol{l}$$

終点の座標値

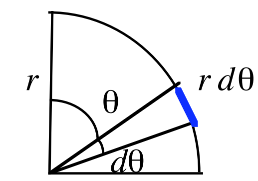
始点の座標値



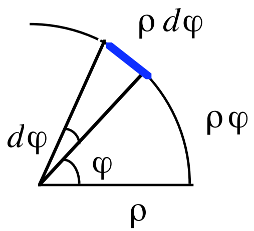
ベクトルの線積分　（ベクトル解析も参照）

線素ベクトル（微小な線分）は以下を使う

直角座標　$d\boldsymbol{l} = \boldsymbol{a}_x\, dx + \boldsymbol{a}_y\, dy + \boldsymbol{a}_z\, dz$



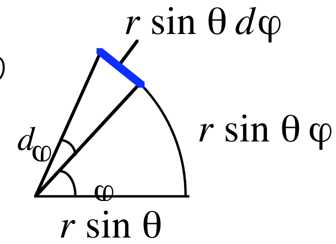
球座標



円筒座標

円筒座標　$d\boldsymbol{l} = \boldsymbol{a}_\rho\, d\rho + \boldsymbol{a}_\phi\, \rho\, d\varphi + \boldsymbol{a}_z\, dz$

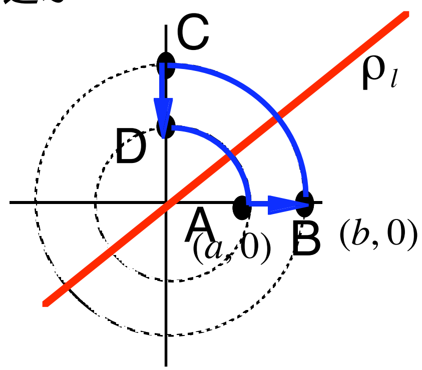
球座標　$d\boldsymbol{l} = \boldsymbol{a}_r\, dr + \boldsymbol{a}_\theta\, r\, d\theta + \boldsymbol{a}_\varphi\, r \sin\theta\, d\varphi$



（問題に応じてこの中の成分を選ぶ）

例1　無限長線電荷による電界中でQ[C]の電荷を動かすのに必要な仕事は？

ρ_l [C/m]　　$\boldsymbol{E} = \dfrac{\rho_l}{2\pi\varepsilon_0 \rho} \boldsymbol{a}_\rho$　　円筒座標系を選ぶ



点Aから点Bまで　$W = -Q \int_{start}^{end} \boldsymbol{E} \cdot d\boldsymbol{l}$

$(a,0)$　　$(b,0)$

線素の選択　$d\boldsymbol{l} = d\rho\, \boldsymbol{a}_\rho$

$$W_{A\to B} = -\int_A^B \frac{\rho_l \boldsymbol{a}_\rho}{2\pi\varepsilon_0 \rho} \cdot d\rho\, \boldsymbol{a}_\rho = -\frac{\rho_l}{2\pi\varepsilon_0} \int_a^b \frac{d\rho}{\rho} = -\frac{\rho_l}{2\pi\varepsilon_0} \ln \frac{b}{a} < 0$$

仕事が負　　外部ソースはエネルギーを受け取る

Do you know ?

$$\int \frac{dx}{x} = \begin{cases} \log x & ? \\ \ln x & ? \end{cases}$$

$\log x = \log_{10} x$　常用対数

$\ln x = \log_e x$　自然対数

自然現象はexp関数に従う。　底がeの自然対数を使う

$$\log_{10} x = \frac{\log_e x}{\log_e 10} = 0.4343 \ln x$$

例1（つづき）

点B $(b, 0)$ ⟶ 点Cへ $(b, \frac{\pi}{2})$　　**線素**　$d\boldsymbol{l} = b\, d\varphi\, \boldsymbol{a}_\varphi$

$$W_{B\to C} = -\int_B^C \frac{\rho_l \boldsymbol{a}_\rho}{2\pi\varepsilon_0 b}\cdot b\, d\varphi\, \boldsymbol{a}_\varphi = -\frac{\rho_l}{2\pi\varepsilon_0}\int_0^{\frac{\pi}{2}} d\varphi\, \underbrace{\boldsymbol{a}_\rho\cdot\boldsymbol{a}_\varphi}_{0} = 0$$

仕事をしない

点C $(b, \frac{\pi}{2})$ ⟶ 点Dへ $(a, \frac{\pi}{2})$　　**線素**　$d\boldsymbol{l} = d\rho\, \boldsymbol{a}_\rho$

$$W_{C\to D} = -\int_C^D \frac{\rho_l \boldsymbol{a}_\rho}{2\pi\varepsilon_0 \rho}\cdot d\rho\, \boldsymbol{a}_\rho = -\frac{\rho_l}{2\pi\varepsilon_0}\int_b^a \frac{d\rho}{\rho} = \frac{\rho_l}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{b}{a} > 0$$

仕事量は正

点D $(a, \frac{\pi}{2})$ ⟶ 点Aへ $(a, 0)$　　**線素**　$d\boldsymbol{l} = a\, d\varphi\, \boldsymbol{a}_\varphi$

$$W_{D\to A} = -\int_D^A \frac{\rho_l \boldsymbol{a}_\rho}{2\pi\varepsilon_0 a}\cdot a\, d\varphi\, \boldsymbol{a}_\varphi = -\frac{\rho_l}{2\pi\varepsilon_0}\int_{\frac{\pi}{2}}^0 d\varphi\, \underbrace{\boldsymbol{a}_\rho\cdot\boldsymbol{a}_\varphi}_{0} = 0$$

仕事をしない

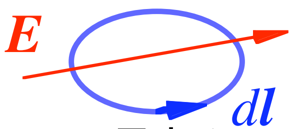
以上をまとめると

$$W_{A\to B} + W_{B\to C} + W_{C\to D} + W_{D\to A} = -\int_A^B - \int_B^C - \int_C^D - \int_D^A = \oint dW = 0$$

一周する

⇩

$$-Q\oint \boldsymbol{E}\cdot d\boldsymbol{l} = 0$$



一周する

周回積分

重要な性質

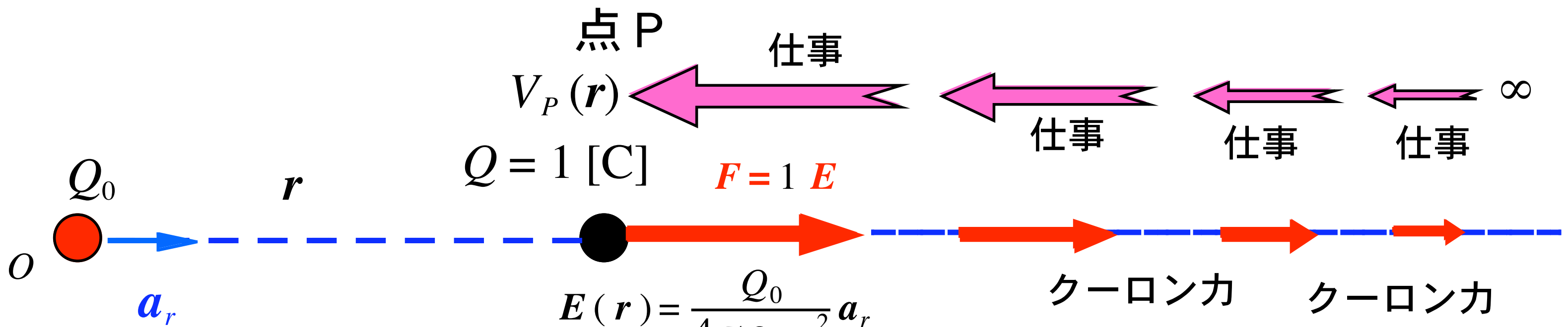
$$\boxed{\oint \boldsymbol{E}\cdot d\boldsymbol{l} = 0}$$

電位の定義

単位電荷1[C]を無限遠点から電界中の
任意の点Ｐまで運ぶのに要する仕事

スカラー量

$$V_P = -Q\int_{starting\ \ point}^{end\ \ point} \boldsymbol{E}\cdot d\boldsymbol{l} = -1\int_{\infty}^{P} \boldsymbol{E}\cdot d\boldsymbol{l} = -\int_{\infty}^{P} \boldsymbol{E}\cdot d\boldsymbol{l} \qquad [\mathrm{V}] = \left[\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{C}}\right]$$



$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}) = \frac{Q_0}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\boldsymbol{a}_r$$

Q_0 による電界

上図の場合，点Ｐでの電位は 無限遠から仕事の積分になり，

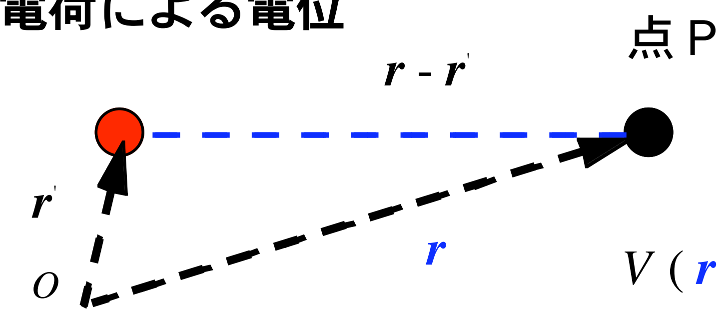
$$V_P(\boldsymbol{r}) = -\int_{\infty}^{r} \frac{Q_0}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\boldsymbol{a}_r\cdot dr\,\boldsymbol{a}_r = -\int_{\infty}^{r} \frac{Q_0\,dr}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = \frac{Q_0}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{1}{r}\right]_{\infty}^{r} = \frac{Q_0}{4\pi\varepsilon_0 r} \qquad [\mathrm{V}]$$

電位は Potential ともいう

無限遠では $V_P(\infty) = \dfrac{Q_0}{4\pi\varepsilon_0\infty} = 0$

電位を求める基本式

離散電荷による電位



重ね合わせの理
Superposition

$$V(\boldsymbol{r}) = \sum_n V_n = \sum_n \frac{Q_n(\boldsymbol{r}'_n)}{4\pi\varepsilon_0} \frac{1}{|\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}'_n|}$$

連続分布した電荷による電位

電荷からの距離だけのスカラー関数

線分布 $\Delta Q = \rho_l \Delta l$

線電荷密度 $\rho_l = \dfrac{\Delta Q}{\Delta l}$ [C/m]

$$V(\boldsymbol{r}) = \int_L \frac{\rho_l(\boldsymbol{r}')\, dl'}{4\pi\varepsilon_0 |\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}'|}$$

面分布 $\Delta Q = \rho_s \Delta S$

面電荷密度 $\rho_s = \dfrac{\Delta Q}{\Delta s}$ [C/m^2]

$$V(\boldsymbol{r}) = \int_S \frac{\rho_s(\boldsymbol{r}')\, dS'}{4\pi\varepsilon_0 |\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}'|}$$

体積分布 $\Delta Q = \rho_v \Delta v$

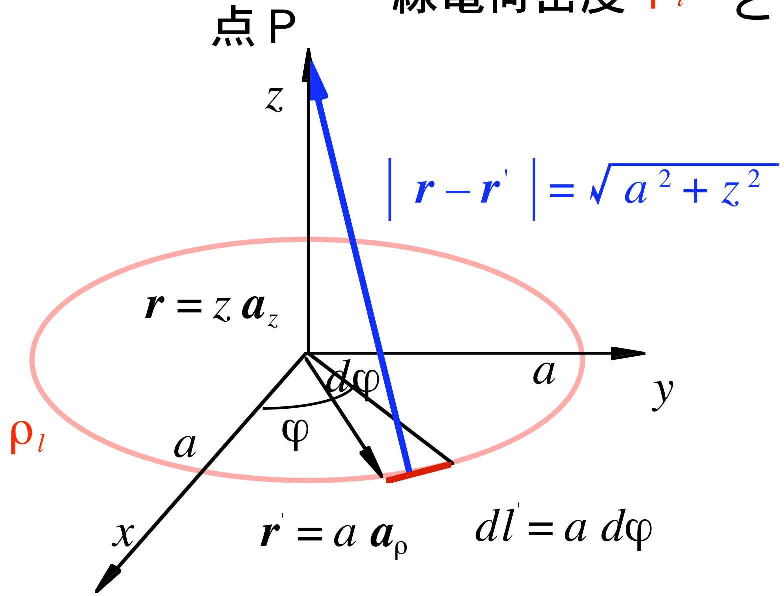
体積電荷密度 $\rho_v = \dfrac{\Delta Q}{\Delta v}$ [C/m^3]

$$V(\boldsymbol{r}) = \int_V \frac{\rho_v(\boldsymbol{r}')\, dv'}{4\pi\varepsilon_0 |\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}'|}$$

ρ_v ⟹ 電位（ポテンシャル）V　を求める例題

例２　$\rho = a$ のリング状線電荷による電位を求める（ｚ軸上の点Ｐ）

線電荷密度 ρ_l とすると



$$V(\boldsymbol{r}) = \int_L \frac{\rho_l(\boldsymbol{r}')\,dl'}{4\pi\varepsilon_0 |\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'|}$$

$$V(z) = \int_0^{2\pi} \frac{\rho_l\, a\, d\varphi}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{a^2+z^2}}$$

$$= \frac{\rho_l}{2\varepsilon_0}\frac{a}{\sqrt{a^2+z^2}}$$

例３　$0 \leq \rho \leq a$ において一様な面電荷分布によるｚ軸上の点Ｐでの電位は？

面電荷密度を ρ_s とすると

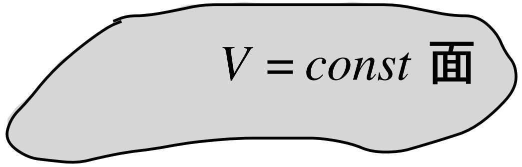
$$V(\boldsymbol{r}) = \int_S \frac{\rho_s(\boldsymbol{r}')\,dS'}{4\pi\varepsilon_0 |\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'|} \Longrightarrow V(z) = \int_S \frac{\rho_s\,\rho\,d\rho\,d\varphi}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{\rho^2+z^2}} = \frac{\rho_s}{2\varepsilon_0}\left(\sqrt{a^2+z^2} - z\right)$$

等電位面

同じ電位にある点からなる平面（仮想面）

異なる 2 つの面は重ならない

等電位面上では電荷を動かすために仕事を必要としない。



電界，電気力線と直交

$\boldsymbol{E}$ は電荷分布によって作られる。

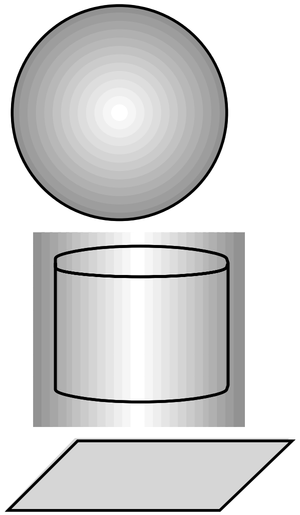
$$V_P = -\int_{\infty}^{P} \boldsymbol{E} \cdot d\boldsymbol{l}$$

点電荷による等電位面　＝　球面

無限長線電荷では　円筒面

無限平面電荷では　平面

電荷分布が基本



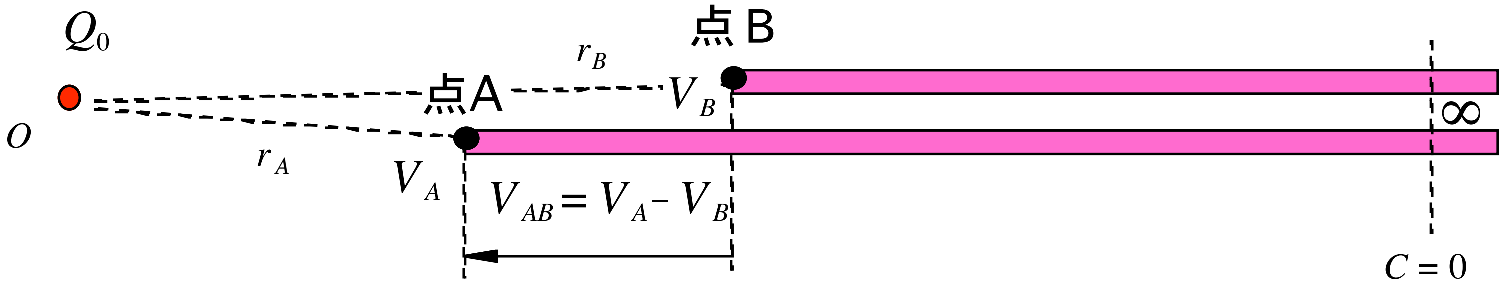
equi-potential surface

電位差

電界中の２点A, Bの電位を，V_A　V_B とするとき

$$V_{AB} = V_A - V_B \quad [\mathrm{V}]$$

を２点間の電位差という。また，電圧ともいう。



$$V_{AB} = V_A - V_B = \left(-\int_{\infty}^{A} \boldsymbol{E} \cdot d\boldsymbol{l} \right) - \left(-\int_{\infty}^{B} \boldsymbol{E} \cdot d\boldsymbol{l} \right) = -\int_{B}^{A} \boldsymbol{E} \cdot d\boldsymbol{l}$$

点電荷 Q_0　による電位

絶対電位

$$V_{r_A} = \frac{Q_0}{4\pi\varepsilon_0 r_A} + C$$

$$V_{r_B} = \frac{Q_0}{4\pi\varepsilon_0 r_B} + C$$

Ｃ：基準電位を決める定数

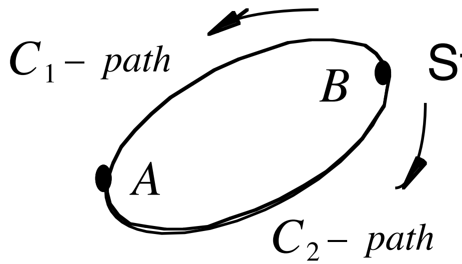
相対電位差

$$V_{r_A} - V_{r_B} = \left(\frac{Q_0}{4\pi\varepsilon_0 r_A} + C \right) - \left(\frac{Q_0}{4\pi\varepsilon_0 r_B} + C \right) = \frac{Q_0}{4\pi\varepsilon_0} \left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B} \right)$$

Ｃは電位差に現れない

さて，**経路の取り方で電位差が変わるか？**

$$V_{AB} = -\int_B^A \boldsymbol{E}\cdot d\boldsymbol{l}$$



Starting point

$$V_{AB} = -\int_B^A \boldsymbol{E}\cdot d\boldsymbol{l}$$

エネルギー観点からの考察

各自で考察のこと

積分式からの考察

$$V_{BB} = -\int_B^B \boldsymbol{E}\cdot d\boldsymbol{l} = 0$$ 始点と終点が同じため

$B \rightarrow C_1 \rightarrow A \rightarrow C_2 \rightarrow B$

$$= -\int_{B\rightarrow C_1}^A \boldsymbol{E}\cdot d\boldsymbol{l} - \int_{A\rightarrow C_2}^B \boldsymbol{E}\cdot d\boldsymbol{l} = 0$$

$$-\int_{B\rightarrow C_1}^A \boldsymbol{E}\cdot d\boldsymbol{l} = \int_{A\rightarrow C_2}^B \boldsymbol{E}\cdot d\boldsymbol{l} = -\int_{B\rightarrow C_2}^A \boldsymbol{E}\cdot d\boldsymbol{l}$$

積分経路によらない

周回積分 $\int_B^B \boldsymbol{E}\cdot d\boldsymbol{l} \Rightarrow \oint \boldsymbol{E}\cdot d\boldsymbol{l} = 0$

後出のStokesの定理より

$$\oint \boldsymbol{E}\cdot d\boldsymbol{l} = \int_S \nabla\times\boldsymbol{E}\cdot d\boldsymbol{S} = 0 \Longrightarrow$$

保存性の場

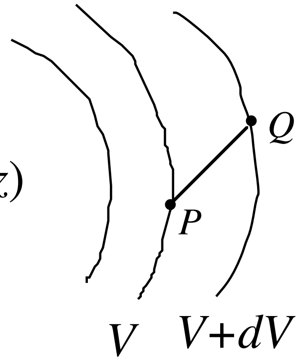
$$\nabla\times\boldsymbol{E} = 0$$

電位の勾配，傾き

等電位面

$V=V(x,y,z)$

（等高線）



増分

$$dV=\frac{\partial V}{\partial x}dx+\frac{\partial V}{\partial y}dy+\frac{\partial V}{\partial z}dz$$

$$=\left(\boldsymbol{a}_x\frac{\partial V}{\partial x}+\boldsymbol{a}_y\frac{\partial V}{\partial y}+\boldsymbol{a}_z\frac{\partial V}{\partial z}\right)\cdot\left(\boldsymbol{a}_x dx+\boldsymbol{a}_y dy+\boldsymbol{a}_z dz\right)$$

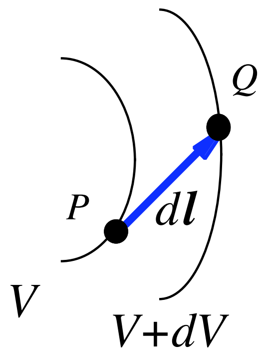
$$=\nabla V\cdot\left(\boldsymbol{a}_x dx+\boldsymbol{a}_y dy+\boldsymbol{a}_z dz\right)=\nabla V\cdot d\boldsymbol{l}$$

と書ける

$$\nabla V=\boldsymbol{a}_x\frac{\partial V}{\partial x}+\boldsymbol{a}_y\frac{\partial V}{\partial y}+\boldsymbol{a}_z\frac{\partial V}{\partial z}$$ は何を表す？

増分

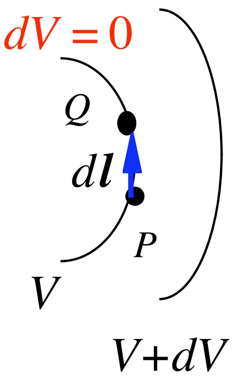
$dV=\nabla V\cdot d\boldsymbol{l}$



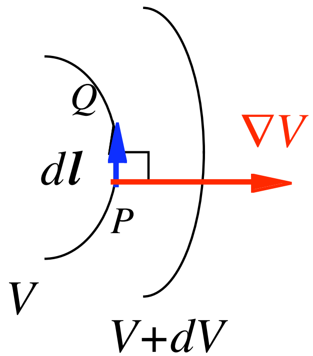
一般に

増分=0

$dV=0$

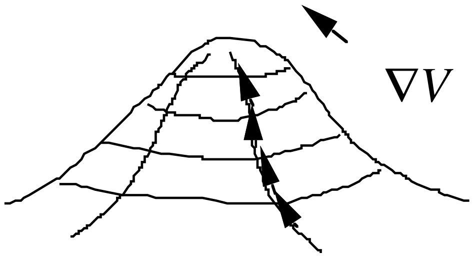


$d\boldsymbol{l}$ を等電位面上に



$\nabla V\cdot d\boldsymbol{l}=0$

∇V は等電位面と直交



∇V　は最大傾斜線方向ベクトル（上り）

$-\nabla V$　は下り

等電位面と直交
（等高線と直交）

∇V　電位の勾配，傾きを表す。
Gradient

電位と電界の関係

電界は電位の傾き

電位 $V = -\int \boldsymbol{E}\cdot d\boldsymbol{l}$ ⟺ 電界 $\boldsymbol{E} = -\nabla V$

直角座標系 $\boldsymbol{E} = \boldsymbol{a}_x E_x + \boldsymbol{a}_y E_y + \boldsymbol{a}_z E_z = -\nabla V = -\left(\boldsymbol{a}_x \frac{\partial V}{\partial x} + \boldsymbol{a}_y \frac{\partial V}{\partial y} + \boldsymbol{a}_z \frac{\partial V}{\partial z}\right)$

円筒座標系 $\boldsymbol{E} = -\nabla V = -\left(\boldsymbol{a}_\rho \frac{\partial V}{\partial \rho} + \boldsymbol{a}_\varphi \frac{\partial V}{\rho\,\partial \varphi} + \boldsymbol{a}_z \frac{\partial V}{\partial z}\right)$

球座標系 $\boldsymbol{E} = -\nabla V = -\left(\boldsymbol{a}_r \frac{\partial V}{\partial r} + \boldsymbol{a}_\theta \frac{\partial V}{r\,\partial \theta} + \boldsymbol{a}_\varphi \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial V}{\partial \varphi}\right)$

$\boxed{\rho_v} \Rightarrow \boxed{V} \Rightarrow \boxed{\boldsymbol{E}}$ を求める手順の確立

電位（ポテンシャル）V $\Longrightarrow$ $\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})$ を求める例題

例３　$V = 2x^2y - 5z$ [V] が与えられている。電界を求めよ。

$$\boldsymbol{E} = -\nabla V = -\frac{\partial V}{\partial x}\boldsymbol{a}_x - \frac{\partial V}{\partial y}\boldsymbol{a}_y - \frac{\partial V}{\partial z}\boldsymbol{a}_z$$

$$= E_x\boldsymbol{a}_x + E_y\boldsymbol{a}_y + E_z\boldsymbol{a}_z$$

$$\boldsymbol{E} = -\frac{\partial(2x^2y - 5z)}{\partial x}\boldsymbol{a}_x - \frac{\partial(2x^2y - 5z)}{\partial y}\boldsymbol{a}_y - \frac{\partial(2x^2y - 5z)}{\partial z}\boldsymbol{a}_z$$

$$\Downarrow \qquad\qquad \Downarrow \qquad\qquad \Downarrow$$

$$\boldsymbol{E} = \quad -4xy\boldsymbol{a}_x \qquad -2x^2\boldsymbol{a}_y \qquad +5\boldsymbol{a}_z$$

以上の例題のように，電荷分布が分かれば，電位が求まる．
電位が求まれば，電界はその傾き（勾配）で与えられる．
電界はベクトル量であるのに対し，電位はスカラー量で，１つの成分だけ求めればよい

ρ_v $\Longrightarrow$ 電位（ポテンシャル）V $\Longrightarrow$ $\boldsymbol{E} = -\nabla V$
$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})$

$\rho_v \Longrightarrow$ **電位（ポテンシャル）V** $\Longrightarrow \boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})$

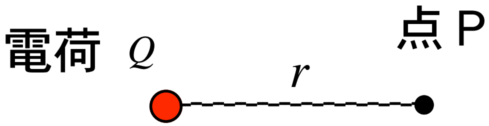
例４　点電荷Ｑによる電位

$$V(\boldsymbol{r}) = \int_V \frac{\rho_v(\boldsymbol{r}')\,dv'}{4\pi\varepsilon_0\left|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'\right|}$$

$$\Downarrow$$

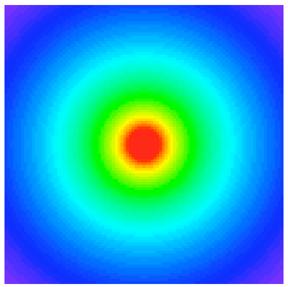
$$V = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

電荷からの距離だけで決まるスカラー量
（ベクトルより簡単）

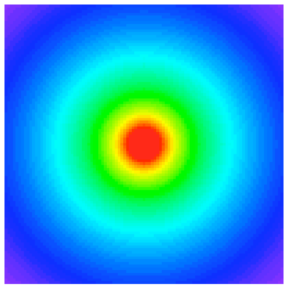


球座標系で傾きをとると

$$\boldsymbol{E} = -\nabla V = -\boldsymbol{a}_r \frac{\partial V}{\partial r} = -\boldsymbol{a}_r \frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}\right) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\boldsymbol{a}_r$$



V



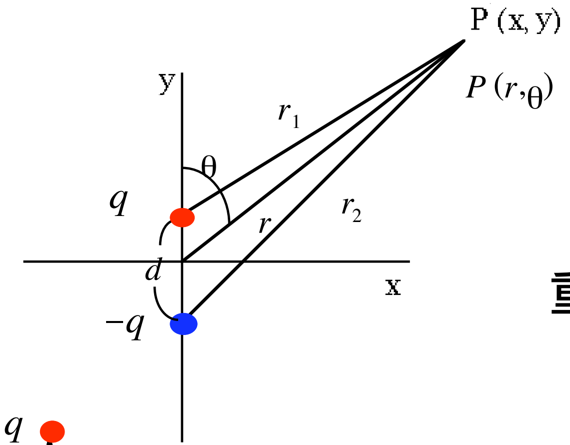
$\left|\boldsymbol{E} = -\nabla V\right|$

今までの結果と一致していることを確認

ρ_v —— **電位（ポテンシャル）V** ⟶ $\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})$

例 5　電気双極子による電位と電界について

（q ，$-q$ の組）



$$V_1=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r_1}$$

$$V_2=\frac{-q}{4\pi\varepsilon_0 r_2}$$

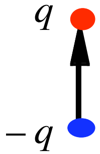
位置のみのスカラー関数

$$r_1=\sqrt{x^2+\left(y-\frac{d}{2}\right)^2}$$

$$r_2=\sqrt{x^2+\left(y+\frac{d}{2}\right)^2}$$

重ね合わせの理が成り立つので

$$V=V_1+V_2=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}\right)$$



$\boldsymbol{p}=q\,\boldsymbol{d}$

dipole moment

という

したがって

$$\boldsymbol{E}=-\nabla V=-\frac{\partial V}{\partial x}\boldsymbol{a}_x-\frac{\partial V}{\partial y}\boldsymbol{a}_y=E_x\boldsymbol{a}_x+E_y\boldsymbol{a}_y$$

$$E_x=-\frac{\partial V}{\partial x}=-\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}\right)=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{x}{\left[x^2+(y-d/2)^2\right]^{3/2}}-\frac{x}{\left[x^2+(y+d/2)^2\right]^{3/2}}\right)=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{x}{r_1^3}-\frac{x}{r_2^3}\right)$$

$$E_y=-\frac{\partial V}{\partial y}=-\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}\right)=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{y-d/2}{\left[x^2+(y-d/2)^2\right]^{3/2}}-\frac{y+d/2}{\left[x^2+(y+d/2)^2\right]^{3/2}}\right)=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{y-d/2}{r_1^3}-\frac{y+d/2}{r_2^3}\right)$$

例５　電気双極子による電位と電界（続き）

遠方では

$r >> d$ で近似

$$r_1 \approx r - \frac{d}{2}\cos\theta = r\left(1 - \frac{d}{2r}\cos\theta\right) \qquad r_2 \approx r + \frac{d}{2}\cos\theta = r\left(1 + \frac{d}{2r}\cos\theta\right)$$

$$\frac{1}{r_1} = \frac{1}{r}\frac{1}{\left(1 - \frac{d}{2r}\cos\theta\right)} \approx \frac{1}{r}\left(1 + \frac{d}{2r}\cos\theta\right) \qquad \frac{1}{r_2} \approx \frac{1}{r}\left(1 - \frac{d}{2r}\cos\theta\right)$$

近似式 $\frac{1}{1 \pm x} \approx 1 \mp x \quad \left(1 >> x\right)$

$$V(r,\theta) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) \approx \frac{qd}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\cos\theta = \frac{\boldsymbol{p}\cdot\boldsymbol{a}_r}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

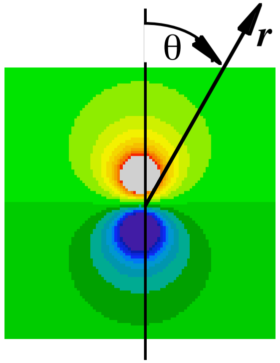
$\frac{1}{r^2}$ で減少

$\boldsymbol{p} = q\,\boldsymbol{d}$

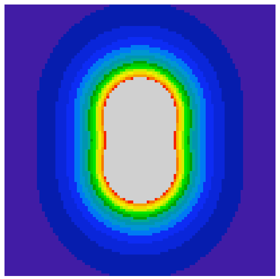
dipole moment

$$\boldsymbol{E} = E_r\,\boldsymbol{a}_r + E_\theta\,\boldsymbol{a}_\theta = -\nabla V = -\frac{\partial V}{\partial r}\boldsymbol{a}_r - \frac{\partial V}{r\,\partial\theta}\boldsymbol{a}_\theta = \frac{qd}{2\pi\varepsilon_0 r^3}\cos\theta\,\boldsymbol{a}_r + \frac{qd}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\sin\theta\,\boldsymbol{a}_\theta$$

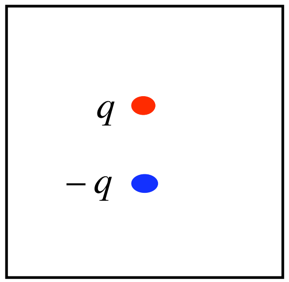
$\frac{1}{r^3}$ で減少



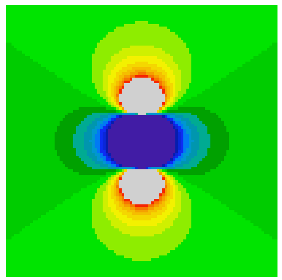
V



$|\boldsymbol{E}|$



電気力線は？



E_y